Vladimir A. Voevodsky, tras la cohomología motívica

Vladimir Aleksandrovich Voevodsky

Nació en Moscú en 1966. Se licenció en matemáticas en la Universidad Estatal de Moscú, en junio de 1989. Publica su primer trabajo, *Triangulaciones equiláteras sobre superficies de Riemann, y curvas sobre campos de números algebráicos*. Fue un trabajo conjunto con G.B. Shabat, que se publicó el mismo año de 1989. También fue en ese año cuando publicó *El grupo de Galois Gal/Q y los grupos modulares de Teichmuller*, que había presentado en la conferencia sobre métodos constructivos y teoría alge-bráica de números, celebrada en Minks.

En la Conferencia sobre Jóvenes Científicos presentó el trabajo *Triangulaciones de variedades orientadas y cubiertas ramificadas de la esfera*, y asimismo presentó un trabajo escrito conjuntamente con Mikhail M. Kapranov, llamado *Categorías Multidimensionales.* Estos últimos trabajos fueron publicados en el año 1990. También publicaría en 1990 tres documentos más escritos con Kapranov: G*rupoides infinitos como modelo para una categoría de homotopía*, *Aspectos combinatoriales-geometricos de la teoria de policategorías, esquemas de unión y altos órdenes de Bruhat,* y *Grupoides infinitos y tipos de homotopía.* También en este año de 1990 publica Voevodsky en ruso, *Topologías Étales de esquemas sobre campos de tipo finito sobre Q*, y, conjuntamente con G. B. Shabat, *Diseños de curvas sobre campos de números.*

De hecho, todos estos trabajos se relacionan con importantes cuestiones que habían sido planteadas por Grothendieck. Por ejemplo, el trabajo de Voevodsky sobre grupoides infinitos muestra las ideas de Grothendieck, que habia presentado en una no publicada pero muy difundida "carta a Quillen" (Daniel Grey Quillen) sobre la forma en que se podrían generalizar ciertos CW-complejos, desde el punto de vista de la homotopía, descritos por grupoides. El trabajo de Voedvodsky sobre Topologías Étales surgió de una pregunta planteada por Grothendieck en su artículo "Esbozo de un programa".

Voevodsky continuó trabajando sobre las ideas de Grothendieck y publica en 1991 *Representaciones de Galois relacionadas con curvas hiperbólicas*, donde muestra soluciones parciales a las conjeturas que hizo Grothendieck en geometría algebráica no abeliana, contenidas en la carta que en 1983 había enviado a Fattings (Gerd Fattings) y también en el no publicado "Esbozo de un programa" mencionado antes. Publica también en 1991, *Grupos de Galois de campos de funciones sobre* *campos de tipo finito sobre Q* (en ruso), donde Voevodsky da una prueba parcial de otra conjetura hecha por Grothendieck en su carta a Fattings.

Se traslada a la Universidad de Harvard, donde presenta su tesis de doctorado bajo la supervisión de David Kazhdan en 1992. La tesis, titulada *Homología de Esquemas y Motivos Covariantes*, fue un trabajo excelente. De hecho, esta tesis represento el comienzo de los trabajos sobre las ideas que le llevarían a la obtención de la Medalla Fields en 2002. Los autores del libro "The Mathematical Work of the 2002 Fields Medalist", Fridlander, Rapoport y Suslin, afirman en dicha obra que a partir de su tesis de doctorado en Harvard, Voevodsky se marcó el objetivo de crear una teoría de la homotopía de las variedades algebraicas susceptibles de cálculos en la topología algebraica ordinaria.

Después de obtener su doctorado, fue miembro del Instituto de Estudios Avanzados de Princeton desde septiembre de 1992 a mayo de 1993. Luego sería Junior Fellow de la Harvard Society de Fellows de la Universidad de Harvard entre julio de 1993 y julio de 1996. Fue nombrado profesor asociado de la Universidad del Noroeste, manteniéndose en el cargo desde septiembre de 1996 a junio de 1999. Dentro de este periodo, 1996-1997, fue profesor visitante en la universidad de Harvard y en el Instituto Max Planck de Alemania. Se le concedió una beca Sloan durante los años 1996-1998, y obtuvo el premio Clay en 1999.

En 1996 publica, junto con Andrei Suslin, el trabajo *Homología singular de variedades algebraicas abstractas*. Eric Friedlander comenta este trabajo:

"En uno de sus más influyentes trabajos, A. Weil (1949) probó la Hipótesis de Riemann para curvas sobre campos de funciones, enunciado análogo en geometría algebraica con característica positiva, a la hipótesis clásica de Riemann. Al contemplar la generalización de este teorema a variedades dimensionales superiores (posteriormente lograda por P. Deligne en 1974, como continuación del fundamental trabajo de A. Grothendieck), Weil reconoció la importancia de construir una teoría de cohomología con propiedades adecuadas. Una de estas propiedades deseables es la funtorialidad con respecto a los morfismos de variedades. J. P. Serre mostró con ejemplos simples que no existe una teoría funtorial para variedades algebraicas abstractas que refleje la habitual (singular) cohomología integral de espacios. Sin embargo, Grothendieck junto con M. Artin (1972-1973) desarrollan una cohomología básica que fue efectiva en la presentación de una adecuada teoría de cohomología. Weil siempre tiene en cuenta una cohomología con coeficientes finitos (primos con las características de los residuos). Esta teoría se presenta en el libro de J. Milne Étale Cohomology (1980). Se basa en una nueva formulación de la Topología y una evolución sofisticada de la teoría de haces. En el presente trabajo los autores ofrecen una muy diferente solución al problema de conseguir una formulación algebraica de la cohomología singular con coeficientes constantes. De hecho, su construcción es el análogo algebraico de la construcción topológica de la cohomología singular, por lo que resulta mucho más conceptual. Su cohomología singular algebraica con coeficientes finitos es igual a la cohomología étale para variedades sobre cuerpos algebraicamente cerrados. La prueba de este notable hecho implica nuevas topologías, nuevas técnicas y nuevos cálculos que recuerdan la anterior labor de Artin y de Grothendieck".

También en 1996 publicó *Homología de esquemas,* trabajo que Claudio Pedrini describe como "un importante paso hacia la construcción de una categoría de los llamados motivos mixtos".

En 1998 actuó como conferenciante en el Congreso Internacional de Matemáticos de Berlín con el tema: *La teoría de Homotopía-A*. Mark Hovey hace el siguiente análisis de esta importante conferencia:

"Para este observador exterior, una de las más significativas pautas de la historia reciente de la geometría algebraica ha sido la búsqueda de adecuadas teorías de cohomologías de esquemas. Cada nueva teoría de cohomología ha dado lugar a avances significativos, siendo la más conocida la cohomología étale y la demostración de la conjetura de Weil. En un extraordinario esfuerzo, Voevodsky ha construido razonables teorías cohomológicas de esquemas simultáneamente con la construcción de una estable categoría homotópica de esquemas. Es ésta una categoría triangulada análoga a la categoría de homotopía estable de los espacios que se estudian en la topología algebraica; en particular, el teorema de representatividad de Brown sostiene que cualquier teoría de cohomología de esquemas es un objeto de la categoría de Voevodsky. Este trabajo es, claramente, el fundamento de la prueba de Voevodsky a la conjetura de Milnor. El documento en cuestión es casi una introducción elemental a estas ideas, sobre todo de la presentación de la estructura formal, sin entrar en ninguna de las pruebas que requieren del uso en profundidad de la geometría algebráica. Es un bello trabajo del que recomendamos su estudio y revisión con gran interés. La exposición hace que las ideas de Voevodsky parezcan obvias. Una de las más poderosas ventajas de la categoría Voevodsky es que pueden construirse teorías de cohomología mediante la construcción de sus objetos representativos, en lugar de establecer la descripción de sus propios grupos. El autor construye una cohomología singular (siguiendo las ideas de A. Suslin y D. Voevodsky (1996), la k-teoría algebráica y el cobordismo algebráico, de esta manera. A lo largo del documento, Voevodsky muestra muy claros indicios de dónde la teoría requiere un esfuerzo adicional, concluyendo con un análisis de las posibles direcciones futuras".

En esta indicada revisión, Voevodsky había demostrado la conjetura de Milnor. Este trabajo fue uno de los eslabones en la gran cadena de notables logros que le llevaría a obtener la medalla Fields, el 20 de agosto de 2002, en la ceremonia de apertura del Congreso Internacional de Matemáticos, en Beijing, China. Allyn Jacson escribe [6]:

"Vladimir Voevodsky ha realizado uno de los más destacados avances en geometría algebraica en las últimas décadas, mediante el desarrollo de acertadas teorías de cohomología de variedades algebraicas… Durante más de cuarenta años los matemáticos han trabajado duramente para poder desarrollar adecuadas teorías de cohomología de variedades algebraicas, de las que la mejor fue la versión algebraica de la K-teoría. Se ha producido un gran avance cuando Voevodsky, partiendo de una idea propuesta po Andrei Suslin, creó la teoría de la 'cohomología motívica'. En analogía con la configuración topológica, existe una relación entre la cohomología motívica y la teoría K-algebraica. Además, Voevodsky ha proporcionado un marco para la descripción de nuevas teorías de cohomología de nuevas variedades algebraicas. Una de las consecuencias del trabajo de Voevodsky, uno de sus más celebrados logros, es la solución de la conjetura de Milnor, que durante tres décadas fue el principal problema pendiente en K-teoría algebraica. Es un notable resultado que tiene consecuencias notables en varios ámbitos, incluida la cohomología de Galois, las formas cuadráticas y la cohomología de variedades algebraicas complejas."

Eric Friedlander y Andrei Suslin escriben en [4]:

"Son notables los logros de Voevodsky. En primer lugar, ha desarrollado una teoría general de homotopía de las variedades algebraicas. En segundo lugar, y como parte de esta teoría general, ha formulado lo que parece se la 'correcta' teoría de la cohomología motívica, verificando muchas de sus notables propiedades. En tercer lugar, y como una aplicación del enfoque general, ha demostrado una antigua conjetura de Milnor relacionada con la K-teoría de Milnor de un campo de su cohomología étale (y las formas cuadráticas sobre el campo)."

Voevodsky expuso el siguiente resumen no técnico después de recibir la medalla Fields:

"Hemos comenzado con la geometría, en la categoría de espacios topológicos. Inventamos entonces algunas cosas acerca de este mundo, básicamente usando la intuición visual. La noción de 'pieza' procede exclusivamente la intuición visual. Hemos vuelto a escribir abstractamente en términos de teoría de categorías lo que ofrece este lenguaje de conexión. Aplicándola luego a situaciones nuevas, en este caso a las ecuaciones algebraicas, situaciones puramente algebraicas. Así que lo que obtenemos es una manera fantástica para traducir los resultados de la intuición geométrica a los objetos algebraicos. Y es esta, desde mi punto de vista, la principal diversión del quehacer matemático."

En septiembre de 1998 Voevodsky pasó al Instituto de Estudios Avanzados de Princeton. Accedió al cargo de profesor en enero de 2002, cargo que sigue ocupando. Fue becado por tres años con la NSF Grant "Teoría de la homotopía A1", repitiéndose por otros tres años en 2005. Recibió el premio Clay en los años 1999, 2000 y 2001.

En trabajos recientes de Voevodsky se comprueba su interés por la biología matemática. Para hacernos una idea de este interés veamos un resumen de una serie de conferencias que impartió en la Universidad de Miami en enero de 2005, titulada *Categorías, Genética de poblaciones y un poco de Física Cuántica.*

"En estas conferencias les hablaré sobre mi trabajo en dos temas distintos, aunque relacionados. El primero trata de la genética matemática de la población. Voy a describir un modelo simple que es útil para el estudio de la relación entre la historia de una población y sus propiedades genéticas. Si bien los resultados obtenidos en el marco de este modelo pueden tener poca utilidad, debido a la simplicidad del modelo de los resultados negativos, es probable que sigan siendo válidos para las poblaciones del mundo más complejo de la realidad. En un principio, he desarrollado este enfoque de la probabilidad de obtener una mejor comprensión de las construcciones que había de tratarse en la genética de poblaciones. Después, se ha convertido en algo que parece ser también interesante desde el punto de vista puramente matemático. En el nivel elemental, tenemos una categoría que es útil para el trabajo de construcciones probabilísticas conteniendo complicadas combinaciones de procesos estocásticos de diferentes tipos. En un nivel más avanzado, aplicando en este contexto la vieja idea de un funtor como un objeto generalizado, nos muestra una visión de la relación entre la probabilidad y la teoría de los pre-ordenes de los espacios vectoriales topológicos. Esto nos lleva al tercer tema que se menciona en el título. Sin embargo, estoy ahora empezando a entender esta conexión."

Uno de sus últimos logros ha sido la obtención de la prueba de las conjeturas de Bloch-Kato, que anunció en enero de 2009.

Finalmente, mencionamos a continuación algunos libros que ha escrito Voevodsky, como *"Ciclos, transferencias, y teorías de homología motívica"* (2000), escrito junto con Eric Fridelander y Andrei Suslin. Uno de los críticos que revisaron la obra describe varios resultados como "profundos y sorprendentes", "una idea nueva y bella", "una solicitud extraordinaria de nuevas ideas", y "este resultado es extraordinario". Mas recientemente, en 2007, "*Teoría motívica de la homotopía*", es un libro de varios autores sobre la base de las conferencias que dio en la Escuela de Verano celebrada en Nordfjordeid, en agosto de 2002, y contiene las conferencias de Voevodsky sobre la Teoría motívica de la homotopía. Finalmente, hemos de mencionar también los "*Apuntes sobre la cohomología motívica*" (2006), que está escrito por varios autores sobre la base de las conferencias de Voevodsky.

Referencias:

1. M. Chalupnik and A. Weber, *The motives de Vladimir Voevodsky* (Polish), *Wiadom. Mat*. **39** (2003), 27-38.
2. E. M. Friedlander, Motivic complexes of Suslin and Voevodsky, *Handbook of K-theory* (2 vols) (Springer, Berlin, 2005), 1081-1104.
3. E. Friedlander, Motivic Complexes of Suslin and Voevodsky, Seminaire Bourbaki, Vol. 1996/97, *Astérisque No.* **245** (Exp. No. 833) (1997), 5, 355-378.
4. E.M.Friedlander, M. Rapoport and A. Suslin, The Mathematical Work of the 2002 Fields Medalist, *Notices Amer. Math*. *Soc.* **50** (2) (2003), 212-217.
5. M. Hanamura, The Work of Vladimir Voevodsky (Japanese), *Sugaku* **56** (1) (2004), 99-102
6. A. Jackson, Lafforgue and Voevodsky Receive Fields Medals, *Notices Amer. Math. Soc.* **49** (10) (2002), 1264-1265.
7. Laurent Lafforgue et Vladimir Voevodsky médaillés Fields 2002, Madhu Sudan Prix Nevanlinna 2002, *Gaz. Math. No.* **94** (2002), 73-79
8. C. Soulé, The work of Vladimir Voevodsky, in *Proceedings of the international Congress of Mathematicians* **I** Beijing, 2002 (Higher Ed. Press, Beijing, 2002), 99-103
9. Y. Takeda, On Voevodsky's construction of the category of mixed motives, *Sugaku Expositions* **16** (2) (2003), 207-224.
10. Y. Takeda, On Voevodsky's construction of the category of mixed motives (Japanese), *Sugaku* **53** (1) (2001), 1-17.

Esta comunicación se basa en el artículo de
J J O'Connor y E F Robertson,
que publica la Universidad de St. Andrews, Escocia, en la dirección
http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Voevodsky.html

casanchi.com
octubre 2010