

MATEMATICOS ACTUALES

Richard Schoen, Geometría diferencial, el problema de Yamabe y el Teorema de la masa positiva.

Richard Schoen es conocido por sus amigos y colegas como Rick Schoen. Sus padres fueron Arnold Peter Schoen y Rosemary Heitkamp. Estudió en la Universidad de Dayton, en Dayton, Ohio, la universidad local para su ciudad natal de Celina está a menos de 100 km al sureste. Se graduó en Dayton con un BS en 1972, recibiendo el Premio *Alumno distinguido de la Universidad de Dayton* (University of Dayton's Distinguished Alumnus Award) y el *Premio al Logro Especial* (Special Achievement Award), y luego, en el mismo año, ingresó en la Universidad de Stanford para realizar estudios de posgrado. Fue galardonado con una beca de posgrado de la National Science Foundation para financiar sus estudios desde 1972 hasta 1975. Explicó cómo llegó a tener dos asesores de tesis en un artículo que escribió en homenaje a Shing-Tung Yau:

Conocí a Shing-Tung Yau por primera vez en 1973, cuando cursaba un segundo año de doctorado, yo era estudiante en la Universidad de Stanford y él un recién llegado como miembro de la facultad. Nos involucramos matemáticamente a través de un curso de lectura que estaba haciendo con Leon Simon sobre hipersuperficies mínimas. Esto condujo a un trabajo conjunto en tres direcciones sobre propiedades de hipersuperficies mínimas estables. Continué trabajando con Yau y Leon mientras era estudiante y oficialmente estudiante de doctorado. Durante mi época de estudiante, pasaba varias horas al día trabajando con Yau, y, sobre todo, aprendiendo de él. Estaba interesado en cualquier cosa geométrica, y tenía ideas para abordar una amplia gama de problemas. Esta fue una oportunidad increíble para mí, y significó un gran comienzo para mi carrera de investigación. Escribiríamos después, siendo yo todavía estudiante, otros dos documentos conjuntos.

Estos dos documentos conjuntos fueron: *Estimación de Curvatura para hipersuperficies mínimas* (*Curvature estimates for minimal hypersurfaces*) (1975), y *Mapas armónicos, topología de hipersuperficies estables y variedades con curvatura de Ricci no negativa* (*Harmonic maps and the topology of stable hypersurfaces and manifolds with non-negative Ricci curvature*) (1976). Schoen consideró que tuvo mucha suerte de tener la oportunidad de trabajar con Yau en estos primeros días:

Tengo vívidos recuerdos de Yau desde los primeros tiempos: su gran dedicación a su trabajo (estaba en su oficina de día y de noche, incluidos los fines de semana), su increíble amplitud de conocimientos y gran técnica, y su apertura y generosidad con su tiempo.

Schoen dejó Stanford en 1976 para ocupar la plaza de Instructor en Matemáticas en la Universidad de California, Berkeley. Fue galardonado con su Ph.D. de la Universidad de Stanford en 1977 por su tesis *Teoremas de existencia y regularidad para algunos problemas geométricos variacionales* (*Existence and Regularity Theorems for some Geometric Variational Problems*). Pronto Yau también obtuvo plaza en Berkeley, continuando la colaboración entre ambos:

Dejé Stanford en 1976 para continuar mis estudios de dos años en Berkeley. Yau vino a Berkeley durante mi segundo año y continuamos

nuestra colaboración. Fue en Berkeley donde comenzamos nuestro trabajo sobre la curvatura escalar y el teorema de la masa positiva.



Fue en Berkeley donde Schoen conoció a Doris Helga Fischer-Colbrie. Ella había nacido en Viena, Austria, en enero de 1949 y había sido educada en la Universidad de California, Berkeley, recibiendo una licenciatura en 1971 y una maestría dos años más tarde. Doris había sido asistente de enseñanza en Berkeley mientras trabajaba para su doctorado asesorada por Blaine Lawson, sin embargo cuando Schoen llegó a Berkeley, Doris era asistente de investigación. Ella obtuvo un Ph.D. en 1978 por su tesis *Variedades mínimas: Teoremas sobre el Comportamiento Global y la Existencia Local (Minimal Varieties: Theorems on Global Comportment and Local Existence)*. Más tarde, el 29 de octubre de 1983, Richard Schoen y Doris Fischer-Colbrie se casaron; tuvieron dos hijos, Alan (nacido el 29 de febrero de 1984) y Lucy (que nació el 25 de abril de 1988). Antes de casarse, escribieron un documento conjunto: *La estructura de superficies mínimas estables completas en 3-variedades de curvatura escalar no negativa (The structure of complete stable minimal surfaces in 3-manifolds of nonnegative scalar curvature)* que apareció impresa en 1980. En ella, estudiaron superficies mínimas en variedades tridimensionales que, en cada conjunto compacto, minimizan el área hasta el segundo orden. En el mismo año de 1980, Doris publicaría individualmente el artículo *Algunos teoremas de rigidez para subvariedades mínimas de la esfera (Some rigidity theorems for minimal submanifolds of the sphere)*.

Schoen pasó dos años como Instructor en Berkeley. Luego, en 1978, pasaría a ocupar el puesto de profesor asistente en la Universidad de Nueva York. Pasó dos años en esta situación y durante estos años hizo grandes avances con el trabajo que él y Shing-Tung Yau habían comenzado en Berkeley:

Ampliamos este trabajo sustancialmente en los años siguientes, y recuerdo momentos maravillosos trabajando juntos en Stanford durante los veranos de 1978 y 1979. Durante el año académico 1979-80, Yau organizó un año especial en el Instituto de Estudios Avanzados. Este fue otro período formativo en mi carrera, ya que sucedían muchas cosas en una amplia

variedad de direcciones. Aprendí mucho e hice un trabajo del que todavía estoy orgulloso.

Como se indica en esta cita, Schoen fue miembro visitante en el Instituto de Estudios Avanzados, Princeton, durante 1979-80, visita que fue financiada por una beca postdoctoral Sloan. Justin Corvino y Daniel Pollack describen los avances hechos por Schoen en este momento [1]:

Un importante paso para el desarrollo matemático de la relatividad es el célebre trabajo de Rick Schoen y ST Yau de finales de los años setenta sobre el "Teorema de la masa positiva". Su trabajo no solo empleó herramientas serias de análisis geométrico, incluidas ecuaciones en derivadas parciales y teoría geométrica de la medida, para resolver una pregunta motivada por la física gravitatoria, sino que también establecieron un vínculo entre la positividad de la masa de un sistema gravitatorio aislado y la relación entre la curvatura escalar positiva y la topología, un tema de interés para una amplia gama de matemáticos. A principios de los años ochenta, Schoen llevó el teorema de la masa positiva a la resolución del famoso problema de Yamabe, proporcionando más evidencia para apoyar el desarrollo de la teoría matemática de las ecuaciones de restricción e inspirando a muchos otros a hacerlo.



En 1980, Schoen regresó a la Universidad de California, Berkeley, cuando fue nombrado profesor. Pasó ocho años en la Universidad de California, los primeros cuatro en Berkeley y los tres restantes, 1984-87, en San Diego. Durante estos siete años, Schoen fue invitado a hablar dos veces en el Congreso Internacional de Matemáticos. Dio una conferencia como invitado, de 45 minutos, en el Congreso celebrado en Varsovia en 1983. Luego daría también una de las conferencias plenarias en el Congreso celebrado en Berkeley en agosto de 1986. En el Congreso de Berkeley impartió la conferencia *Nuevos desarrollos en la teoría de las ecuaciones diferenciales geométricas en derivadas parciales (New Developments in the Theory of Geometric Partial Differential Equation)*. Dennis DeTurck describe el contenido de la conferencia de Schoen:

El autor estudia trabajos recientes sobre ecuaciones diferenciales parciales elípticas no lineales que surgen de fuentes geométricas, concentrándose especialmente en el problema de Yamabe y en la teoría de las asignaciones armónicas. Para el primero, se da un esquema de la reciente solución de la conjetura de Yamabe (que cada medida en una variedad compacta es puntualmente equivalente a una con curvatura escalar constante), incluyendo el uso del teorema de masa positiva y una discusión de regularidad de soluciones débiles de la ecuación de Yamabe.

La solución del problema de Yamabe en las variedades compactas, que Schoen analizó en esta conferencia, es uno de sus mayores logros. Resolvió este problema

en 1984. Se le había concedido una beca MacArthur en agosto de 1983 (dos de estos premios fueron para matemáticos, recibiendo el suyo junto con Karen Uhlenbeck al mismo tiempo) y disfrutó de esta beca hasta 1988. Regresa a la Universidad de Stanford en 1987 y continúa trabajando en Stanford como Profesor de Humanidades y Ciencias de Anne T y Robert M Bass. Los honores llegaron rápidamente: fue elegido miembro de la Academia Estadounidense de las Artes y las Ciencias en 1988; y fue galardonado con el Böcher Memorial Prize por la American Mathematical Society en 1989:

... por su trabajo en la aplicación de ecuaciones diferenciales parciales a la geometría diferencial, en particular completando la solución al problema de Yamabe en "deformación conforme de una métrica riemanniana a curvatura escalar constante".

Otros honores reconocieron sus muchos logros: fue elegido miembro de la Academia Nacional de Ciencias en 1991, se convirtió en miembro de la Asociación Estadounidense para el Avance de la Ciencia en 1995, y al año siguiente fue galardonado con una beca Guggenheim. Stanford University News describió su trabajo en los siguientes términos cuando anunciaron su elección a la Academia Nacional de Ciencias el 30 de abril de 1991 [2]:

Schoen, de 40 años, continúa su investigación en geometría diferencial, ecuaciones diferenciales parciales no lineales y el cálculo de variaciones. Él construye y analiza objetos geométricos que optimizan ciertas energías físicas o geométricas. Por ejemplo, ha desarrollado nuevas formas de comprender las superficies de área mínima que abarcan una curva en el espacio tridimensional: el modelo matemático para las películas de jabón.



Las ideas de Schoen se han aplicado a una amplia gama de problemas matemáticos, desde la relatividad general a las preguntas sobre la rigidez de los subgrupos de celdas de los grupos algebraicos.

No debemos dar la impresión de que las principales contribuciones de investigación de Schoen se detuvieron en la década de 1990. Lejos de ello, y solo para dar un ejemplo de trabajo altamente significativo reciente, notemos su logro en 2007 cuando, en colaboración con Simon Brendle, demostró el teorema de esfera diferenciable. Este es un resultado fundamental en la teoría de variedades con curvatura seccional positiva.

Además de los puestos de visitante que mencionamos anteriormente, Schoen fue miembro visitante del Instituto de Estudios Avanzados, Princeton, en la primavera de 1984, profesor visitante distinguido en el Instituto Courant, Universidad de Nueva York en el año académico 1989-90. Profesor visitante en el Institute for Advanced Study, Princeton, en el año académico 1992-93, y profesor visitante en la Universidad de Harvard en el otoño de 1999.

Schoen ha publicado dos libros importantes, ambos en colaboración con Shing-Tung Yau, que se basaron en cursos de conferencias. En 1994 publicaron *Lectures*

on differential geometry. Damos los párrafos primero y último de una revisión de Man Chun Leung:

Como señalan los autores en su introducción, el libro bajo revisión fue escrito para la serie de conferencias impartida en la Universidad de Princeton en 1983 y en la Universidad de California, San Diego, en 1984 y 1985. El libro contiene resultados significativos en geometría diferencial y análisis global; muchos de ellos son los trabajos de los autores. Los temas principales son ecuaciones diferenciales en una variedad y la relación entre la curvatura y la topología de una variedad de Riemann. Hay nueve capítulos en el libro, con los últimos tres capítulos más como apéndices, que se centran en problemas relacionados con diferentes áreas de la geometría diferencial....

El libro bajo revisión está muy bien escrito. Los lectores encontrarán discusiones exhaustivas y detalladas de muchos resultados significativos en el análisis geométrico. El libro es útil como libro de referencia para investigadores y como libro de texto para estudiantes de posgrado. Con los detalles de las pruebas y los materiales de fondo presentados de una manera concisa y deliciosa, el libro proporciona acceso a algunas de las áreas más interesantes en geometría diferencial.

El segundo libro es *Conferencias sobre mapas armónicos (Lectures on harmonic maps)* (1997). Damos una breve cita de una revisión detallada de John C Wood:

Esta es una contribución muy útil a la literatura sobre mapas armónicos. No es un libro de texto elemental sobre mapas armónicos ... Es más bien una colección de algunos de los temas más importantes y aplicaciones de mapas armónicos, sesgados hacia los intereses de los autores. ... este es un libro que todos los interesados en mapas armónicos se beneficiarán de la lectura.



Otras contribuciones importantes a las matemáticas de Schoen incluyen su trabajo editorial. Es miembro de los consejos editoriales de la *Revista de Geometría Diferencial, Comunicaciones en Análisis y Geometría, Comunicaciones en Ecuaciones Diferenciales Parciales, Cálculo de Variaciones y Ecuaciones Diferenciales Parciales, y Comunicaciones en Matemáticas Contemporáneas*. También hace un trabajo importante para la Sociedad Matemática Estadounidense sirviendo en varios comités. Por ejemplo, es miembro del Comité para seleccionar al ganador del Premio de Artículo de Investigación EH Moore, el Comité de Premios Nacionales y Representación Pública, y el Comité para otorgar los Premios Steele.

Pocos profesores reciben los elogios de sus estudiantes de pregrado como lo hace Schoen. Damos una breve cita de entre otras muchas:

El mejor profesor que he tenido hasta ahora en Stanford. Sus conferencias son muy lúcidas y complementan el texto.

Terminamos esta biografía citando de [1] un comentario escrito por dos matemáticos que recibieron su doctorado teniendo a Rick Schoen como asesor:

La influencia matemática de Richard M Schoen se puede medir de muchas maneras. Su investigación ha dado forma fundamentalmente al análisis geométrico, y sus resultados forman muchas piedras angulares dentro de la geometría, ecuaciones en derivadas parciales y relatividad general. La evidencia de su influencia incluye la gran cantidad de estudiantes suyos que continúan trabajando en estas áreas. Como dos de estos estudiantes, los autores de esta contribución están extremadamente agradecidos por la visión matemática y la generosidad de Rick.

**Basado en el artículo de JJ O'Connor y EF Robertson <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Schoen.html>
casanchi.com**

Referencias sobre Richard Melvin Schoen:

Artículos:

1. J Corvino y D Pollack, Curvatura escalar y Ecuaciones de restricción de Einstein.
<http://fangdian.net/pdf/1102.5050v1>
2. La Academia Nacional de Ciencias elige tres académicos de *Stanford*, *el Servicio de Noticias de la Universidad de Stanford* (7 de mayo de 1991).