

## MATEMÁTICOS ACTUALES

### Pavel Krejčí, al frente de los operadores de histéresis

**Pavel Krejčí** estudió en el Lycée Alphonse Daudet, de Nimes, Francia, desde 1970 a 1973. Esta escuela había educado a varios de los principales matemáticos durante muchos años, por ejemplo, Gaston Darboux en el siglo XIX, o Jean-Pierre Serre en el siglo XX. Ingresaría luego en la Facultad de Matemáticas y Física de la Universidad Charles de Praga, donde permaneció hasta 1978. Fue galardonado con su RNDr. en 1978. Este título, aunque tiene las mismas iniciales que los doctorados otorgados en muchos países europeos, era realmente un grado de nivel de maestría en Checoslovaquia (y más tarde también en la República Checa).

Después de la obtención de su maestría, Krejčí se convierte en un programador de computadoras en la empresa de acero Poldi, Kladno, Checoslovaquia. Ocupó este puesto durante menos de un año, pues asumió el cargo en septiembre de 1978 y lo dejó en junio de 1979. Al mes siguiente regresó al mundo académico cuando fue nombrado Investigador en el Instituto de Dinámica de Fluidos de la Academia de Ciencias de Checoslovaquia. Trabajó en este instituto hasta diciembre de 1981 hasta que se convirtió en investigador en el Instituto de Matemáticas, también de la Academia de Ciencias de Checoslovaquia. En 1982 publicó *Normalización del modelo de datos relacionales*. Damos el siguiente extracto del propio resumen de Krejčí:

*Discutimos un nuevo enfoque para la normalización de un modelo de datos relacionales. En la primera parte definimos los conceptos de dependencia y multidependencia entre dominios de atributos. Explicamos los tipos de anomalías de actualización que pueden ocurrir si hay dependencias indeseables o multidependencias en las relaciones. Revisamos la definición de la tercera forma normal, es decir, una relación que no expresa dependencias indeseables, y definimos una nueva forma de relación, la tercera forma multinormal, que no expresa multidependencias indeseables. Se discuten las ventajas y desventajas de estas definiciones. Distinguimos los dos aspectos de la normalización, la normalización con respecto a los valores de los dominios y la normalización de las dependencias, y definimos una nueva forma normal que se basa en conceptos nuevos. En la segunda parte describimos algunos enfoques para normalizar las relaciones ...*

Sus siguientes trabajos fueron *Sobre la resolución de ecuaciones de 4<sup>o</sup> orden con saltos no lineales* (1983), *Teorema de función implícita dura y pequeñas soluciones periódicas a ecuaciones en derivadas parciales* (1984) y *Soluciones periódicas de una clase de ecuaciones no lineales abstractas de segundo orden* (1985). Fue galardonado con el título de candidato, el CSc. (equivalente a un Ph.D.), en junio de 1984 por su tesis *Vibraciones periódicas del campo electromagnético en medios ferromagnéticos* (en checo). En esta tesis, investigó la existencia de soluciones periódicas de las Ecuaciones de Maxwell en medios no lineales en los espacios de Sobolev de funciones de vectores libres de divergencia en tres dimensiones.

Krejčí continuó trabajando en el Instituto de Matemáticas de Praga hasta diciembre de 1996, aunque durante estos años pasó parte de su tiempo visitando otras instituciones. Fue profesor visitante en la Universidad de Wisconsin en Milwaukee, EE. UU., durante los últimos cuatro meses de 1990. Obtuvo la prestigiosa beca Alexander von Humboldt, otorgada por la Fundación alemana Humboldt, en la Universidad de Kaiserslautern (octubre de 1991-abril de 1992), también otra en la Technische Hochschule Munich (de mayo a septiembre de 1992) y nuevamente en la Universidad de Kaiserslautern (enero a junio de 1993). De marzo a junio de 1995 fue profesor visitante en la Université de Technologie de Compiègne en Francia. Su siguiente visita fue al Instituto Weierstrass de Análisis Aplicado y Estocástico, en Berlín, de abril a junio de 1996. Esto fue muy significativo para él, ya que al año siguiente se convirtió en investigador en ese Instituto. Regresó a Praga en enero de 2001 y pasó tres años allí como líder del grupo de investigación "Ecuaciones de Evolución" y jefe del Departamento de Ecuaciones Diferenciales de Evolución. Volvió al Instituto Weierstrass de Análisis Aplicado y Estocástico en Berlín, en enero de 2004 y, al año siguiente, se convirtió en el líder adjunto del grupo de investigación "Modelado termodinámico y análisis de fases de transición". Regresó al Instituto de Matemáticas de la Academia Checa de Ciencias, Praga, en 2009, donde se convirtió en el director del Instituto. Continuó en este puesto hasta 2014. Jürgen Sprekels escribe [5]:

*Mirando desde fuera, y teniendo por razones comprensibles una cierta tendencia a apreciar los logros de los directores, el que suscribe no abriga ninguna duda sobre Pavel Krejci. De hecho, debe haber hecho un trabajo maravilloso: el desarrollo positivo de este instituto en los últimos años es un logro realmente sobresaliente. En la actualidad, el Instituto de Matemáticas de la Academia de Ciencias de la República Checa es una institución reconocida a nivel internacional que goza de la reputación de ser un centro líder mundial de excelencia en matemáticas.*

En febrero de 2015, MathSciNet enumera 120 publicaciones de Krejčí. La mayoría de estos artículos discuten problemas asociados con la histéresis, por ejemplo, los primeros ejemplos de tales artículos son *Histéresis y soluciones periódicas de ecuaciones de ondas semilineales y cuasilineales* (1986) y *Soluciones periódicas de ecuaciones en derivadas parciales con histéresis* (1986). Vamos a citar una explicación de la histéresis de [1]:

*La histéresis es un fenómeno emocionante y matemáticamente desafiante que ocurre en situaciones bastante diferentes: puede ser un subproducto de mecanismos físicos fundamentales (como transiciones de fase) o la consecuencia de una degradación o imperfección (como el juego en un sistema mecánico), o está construido deliberadamente en un sistema para controlar su comportamiento, como en el caso del control de calor a través de termostatos. La delicada interacción entre los efectos de memoria y la aparición de ciclos de histéresis tiene el efecto de que la histéresis es un fenómeno genuinamente no lineal que, por lo general, no es uniforme y, por lo tanto, no es fácil de tratar matemáticamente. Por lo tanto, fue solo a principios de los años setenta que el grupo de científicos rusos en torno a MA Krasnoselskii inició una investigación matemática sistemática del fenómeno de la histéresis.*

Sorprendentemente, además de esta impresionante colección de publicaciones, Krejčí ha obtenido (junto con dos colegas) la patente 'Verfahren und Vorrichtung zur Online-Kompensation von Nicht-linearitäten im Übertragungsverhalten von Stellgliedern' en la Oficina Alemana de Patentes [5]:

*Esta patente es testigo de su habilidad especial y disposición constante para cooperar exitosamente con ingenieros e investigadores de otros campos de la ciencia.*

Ha publicado la importantísima obra, *Histéresis, convexidad y disipación en ecuaciones hiperbólicas* (1996). Presentamos el Prefacio de Krejčí y una lista de contenidos de este libro en al final de estas notas.

Fue el investigador principal del proyecto 'Modelado matemático de procesos en materiales de histéresis' que se desarrolló durante cinco años a partir de enero de 2010. Aquí está la descripción de Krejčí de este proyecto (ver [3]):

*La histéresis, es decir, las relaciones no lineales que presentan un comportamiento de entrada/salida complicado en forma de bucles anidados que no pueden describirse mediante funciones o gráficos, se produce en muchos campos de la ciencia, por ejemplo, en ferromagnetismo, teoría micromagnética, transiciones de fase sólido-sólido y elastoplasticidad. Los sistemas histeréticos llevan una memoria de sus estados anteriores, lo que hace que su mapeo input-output sea no diferenciable y no local en el tiempo, de modo que fallan las técnicas de convergencia débil convencionales para resolver sistemas de evolución. Por lo tanto, los procesos elastoplásticos dinámicos con histéresis se encuentran en la literatura matemática con mucha menos frecuencia que los cuasiestáticos, y es necesario un progreso sustancial en esta dirección. En un avance reciente, se demostró que la ley constitutiva de Von Mises tridimensional de un solo rendimiento conduce, después de una reducción dimensional a vigas o placas, a un operador de histéresis Prandtl-Ishlinskii de múltiples rendimientos. De hecho, es bastante natural que el observador de dimensiones inferiores no vea una transición brusca del régimen puramente elástico al plástico puro como en el modelo de Von Mises: si una placa está doblada, entonces las pequeñas zonas plastificadas comienzan a formarse primero cerca del límite y luego propagarse al interior, que aún conserva una elasticidad parcial. Esta plastificación gradual se refleja en la superposición de Prandtl-Ishlinskii de elementos de un solo rendimiento que se activan sucesivamente. Esta nueva teoría innovadora se ampliará a estructuras más complejas como placas Mindlin-Reissner, y barras y conchas curvas. Se incluirán los efectos de fatiga de temperatura y material. Se desarrollará una teoría termodinámicamente consistente de los operadores de Prandtl-Ishlinskii dependientes de la temperatura y la fatiga, junto con métodos numéricos eficientes y confiables. Las cuestiones de estabilidad teórica y numérica, y el comportamiento a largo plazo del sistema de energía y las leyes de equilibrio de momento son objetivos centrales.*

Krejčí ha recibido prestigiosos premios, como el Premio de Investigación del Ministro de Educación de la República Checa (2001), la Cátedra John Von Neumann Guest en Munich (2010) y la Medalla Honorífica Bernard Bolzano al Mérito en Ciencias Matemáticas de la Academia Checa de Ciencias (2014). La Laudatio para la Medalla Honoraria Bernard Bolzano declara [4]:

*Pavel Krejčí ha hecho contribuciones importantes a las desigualdades variacionales, a los modelos de transición de fase y a los problemas independientes de la tasa en general. Ya desde el comienzo de su carrera, se evidenció como uno de los líderes mundiales en el desarrollo y la aplicación de la teoría de los operadores de histéresis en la ciencia. Muchos conceptos fundamentales en la teoría de la histéresis se remontan a él; sin lugar a dudas, Pavel Krejccí es digno de este honor, y la Academia Checa de*

*Ciencias solo puede ser felicitada por la sabia decisión de otorgarle la Medalla Honoraria de Bernard Bolzano al Mérito en Ciencias Matemáticas.*

Terminemos con la siguiente evaluación de su persona, realizada por Jürgen Sprekels [5]:

*Permítanos agregar algunas palabras sobre su personalidad, ya que es una parte importante de su éxito y definitivamente vale la pena insistir: sinceridad, veracidad, integridad, equidad, fiabilidad, sentido de responsabilidad, tolerancia, coraje y constancia, y, por último pero no menos importante, su maravilloso sentido del humor y auto-burla son parte de su carácter. No es de extrañar que sea respetado y querido en todas partes.*



Basado en el artículo de JJ O'Connor y EF Robertson  
<http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Krejci.html>  
casanchi.com  
2018

## Referencias

1. M Brokate y J Sprekels, *histéresis y transiciones de fase* (Springer, 1996).
2. Plan de estudios. Pavel Krejci, *Instituto de Matemáticas, Academia de Ciencias de la República Checa* .  
[http://www.math.cas.cz/fichier/membres/cv/cv\\_\\_\\_20141121135831\\_82.pdf](http://www.math.cas.cz/fichier/membres/cv/cv___20141121135831_82.pdf)
3. Pavel Krejci, *Instituto de Matemáticas, Academia de Ciencias de la República Checa* .  
[http://www.math.cas.cz/homepage/main\\_page.php?id\\_membre=41](http://www.math.cas.cz/homepage/main_page.php?id_membre=41)

4. J Sprekels, Pavel Krejci Laudatio (26 de junio de 2014), *Instituto de Matemáticas, Academia de Ciencias de la República Checa*. [http://www.math.cas.cz/documents/Krejci\\_Laudatio.pdf](http://www.math.cas.cz/documents/Krejci_Laudatio.pdf)

5. J Sprekels, Pavel Krejci cumple sesenta años y recibe la Medalla de Honor al Mérito de Bernard Bolzano en Ciencias Matemáticas, *Aplicaciones de las Matemáticas* **59** (6) (2014), 611-614.

## **El libro de Pavel Krejčí *Histéresis, convexidad y disipación en ecuaciones hiperbólicas*.**

En 1996, Pavel Krejčí publicó '*Histéresis, convexidad y disipación en ecuaciones hiperbólicas*'. A continuación damos los contenidos del libro y una versión del Prefacio de Krejčí (traducción Google del inglés)

### **Contenido.**

- Prefacio;
- I. Operadores de histéresis en mecánica;
- II. Modelos escalares de histéresis;
- III. Ecuaciones hiperbólicas con leyes constitutivas histeréticas;
- IV. El problema de Riemann;
- V. Apéndice: espacios funcionales.

### **Prefacio.**

No es necesario hacer una introducción larga para justificar que la teoría matemática de la histéresis proporciona una herramienta útil para resolver problemas concretos de ingeniería en diversas ramas de la investigación aplicada. Una evidencia suficiente se presenta en las monografías que aparecieron o aparecerán recientemente en un futuro cercano (Krasnosel'skii y Pokrovskii (1983), Mayergoyz (1991), Visintin (1994), Brokate y Sprekels (1996)) que cubren un área amplia de la teoría y aplicaciones.

El presente volumen está dedicado principalmente a los aspectos matemáticos de la histéresis plástica independiente de la tasa en la dinámica del continuo. Sin embargo, los resultados de los capítulos II y III pueden interpretarse también en el marco de las ecuaciones de Maxwell en medios ferromagnéticos de tipo Preisach o Della Torre. En cualquier caso, al unir las leyes constitutivas histeréticas con las ecuaciones del movimiento nos conducen a ecuaciones hiperbólicas cuasilineales con términos histeréticos. Esta es una rama completamente nueva de las matemáticas aplicadas en la etapa inicial donde, siguiendo a Hrych (1991), uno puede decir con no demasiada exageración que "la fabricación es la referencia más confiable".

La situación es muy diferente aquí de la teoría de ecuaciones parabólicas con histéresis desarrollada por Visintin en los años 80 (ver Visintin (1994)) que es una extensión (a veces muy no trivial) de las ideas y técnicas derivadas de la teoría general de ecuaciones parabólicas cuasilineales y aplicado a no linealidades histeréticas específicas. Este no es en absoluto el caso de las ecuaciones hiperbólicas con histéresis y la conclusión es sorprendente: aunque la ecuación de movimiento (cuasilineal) con una ley constitutiva histerética preserva su hiperbolicidad caracterizada por la velocidad finita de propagación, puede resolverse considerablemente más fácilmente que ecuaciones hiperbólicas cuasilineales sin histéresis por los métodos de ecuaciones semilineales.

No hay una explicación simple y satisfactoria de este hecho. Sin embargo, aquí hacemos una comparación del comportamiento de las soluciones a ecuaciones de ondas cuasilineales unidimensionales con y sin histéresis. Mientras que estos últimos desarrollan discontinuidades (shocks) en un tiempo finito y las soluciones débiles no se determinan de manera única, por lo que deben prescribirse condiciones motivadas físicamente adicionales, los operadores constitutivos de histéresis con bucles convexos en el primer caso exhiben una disipación de energía de orden superior que nos permite para derivar fuertes estimaciones a priori y pasar al límite en un esquema de aproximación adecuado. Desde el punto de vista geométrico, si representamos las soluciones del problema de Riemann para la ecuación sin histéresis por sus trayectorias en el diagrama de esfuerzo - tensión, entonces los choques corresponden a segmentos rectos que conectan dos puntos en el gráfico constitutivo. Observamos que los choques siempre están

organizados de tal manera que la trayectoria correspondiente es convexa si la solución aumenta y cóncava si disminuye. El principio de disipación máxima luego selecciona la solución con la mínima trayectoria convexa / máxima cóncava. Podemos decir que ocurre algún tipo de histéresis espontánea incluso si no se asume histéresis en la propia ley constitutiva. Si ahora la ley constitutiva está dada por un operador de histéresis con bucles convexos, es natural esperar que la solución siga sin problemas sus ramas convexas / cóncavas y los choques no tienen motivo para ocurrir.

Hay otras coincidencias interesantes que merecerían una comprensión más profunda. Esta es, por ejemplo, la cuestión del papel de los dos principios de disipación máxima en la ley constitutiva rígida - plástica (Sec. I.1) y en el problema de Riemann (Sec. IV.3) que en cierto sentido son responsables de la generación de histéresis. Tampoco hacemos ningún comentario sobre el hecho de que el propio operador Preisach se rige por una ecuación hiperbólica, donde la variable de memoria desempeña el papel del tiempo (Sec. II.3).

Este libro está destinado a dar una presentación coherente y autónoma de la teoría y su conexión con otras disciplinas. En el Capítulo I, interpretamos la histéresis dentro del enfoque clásico de la mecánica continua y derivamos las propiedades analíticas de los operadores de histéresis que surgen de los modelos reológicos. La eficacia de la descripción de la histéresis depende de la complejidad de la estructura de la memoria. En el Capítulo II estudiamos la memoria inducida por modelos de histéresis escalar de Prandtl - Ishlinskii, Preisach, Della Torre y dos modelos de fatiga y daño.

La característica principal y no trivial de los operadores de histéresis consiste en el hecho de que disipan energía de dos órdenes que se relacionan con el área de ciclos de histéresis cerrados y con la curvatura de sus ramas, respectivamente. Derivamos las correspondientes desigualdades energéticas que nos permiten subsecuentemente en el Capítulo III construir soluciones a ecuaciones hiperbólicas con leyes constitutivas histeréticas. El Capítulo IV ofrece un estudio detallado del problema de Riemann con una no linealidad no monótona sin histéresis y muestra cómo aparece la histéresis en las soluciones físicamente relevantes. El Capítulo V es un apéndice, donde intentamos incorporar resultados analíticos funcionales auxiliares específicos en una teoría más amplia para hacerlos más accesibles para el lector.

Las declaraciones y fórmulas en el texto están numeradas consecutivamente en cada sección. Las referencias a los resultados de otros capítulos están precedidas por el número romano del capítulo. Así, por ejemplo, la Proposición I.3.9 se refiere a la Proposición 3.9 del Capítulo I, la ecuación (3.26) significa la fórmula correspondiente en el capítulo donde se hace la referencia, etc.

El autor está en deuda con el profesor Otto Vejvoda, Vladimir Lovicar e Ivan Straskraba de Praga, Pierre-Alexandre Bliman de París, Martin Brokate de Kiel y Augusto Visintin de Trento por estimular las discusiones y el aliento. La redacción final del manuscrito fue posible gracias a Dasa Berkova y Karel Horak del Instituto de Matemáticas de la Academia de Ciencias de la República Checa.

Pavel Krejčí

Praga, enero de 1995