

# HENRI POINCARÉ, LA TOPOLOGÍA Y EL CAOS

**Joaquín González Álvarez.**



**Henri Poincaré, 1909**

Al concepto de caos en el contexto de la Teoría de la Complejidad, suelen estar asociados en los documentos que lo tratan, científicos como Lorenz, Mandelbrot, Prigogine, Feigenbaum y otros que brindaron sus aportes en las últimas décadas del pasado siglo XX. Pero encontrar relacionado con el caos a alguien que desarrolló su brillante actividad intelectual principalmente a finales del siglo XIX como es el caso de Henri Poincaré, puede parecer extraño. Pues se trata de que este sabio francés tratando de aplicar la ley de la atracción universal a tres cuerpos como por ejemplo el Sol la Tierra y la Luna, tal como ya se había hecho para solamente dos cuerpos, se encontró que su intento desembocaba en un problema sumamente complejo cuyo resultado variaba ostensiblemente con sólo pequeñas variaciones de las

distancias entre los cuerpos. Con su genial intuición, Poincaré, manejó las características que hoy yo llamamos caóticas del problema de los tres cuerpos, introduciendo lo que él llamó soluciones doblemente asintóticas que análogamente a las encontradas por Edward Lorenz alrededor de 1960, las obtuvo aplicando los métodos matemáticos de la dinámica lineal y no lineal. Ciertamente que Poincaré no llamó caos a la situación encontrada en el problema de los tres cuerpos, pero la solución similar a la de Lorenz para sus problemas caóticos y publicada por el sabio francés en la memoria "Sobre el problema de los tres cuerpos y las ecuaciones de la dinámica", reflejan fielmente los métodos de la hoy llamada Teoría del Caos. La sensibilidad

extrema a las variaciones de las condiciones iniciales que encontró Lorenz en sus estudios climáticos, son iguales a las que observó Poincaré en las interacciones entre los tres cuerpos.

Si nos detenemos algo más en el análisis del "Problema de los tres cuerpos" nos damos cuenta de que se evidencia también el concepto de complejidad. En efecto, una de las más características propiedades de los sistemas complejos, la aparición de propiedades emergentes, se manifiesta en los tres cuerpos pues la aparición de la situación de caos es algo que sólo ocurre al integrarse el colectivo, algo que no manifestaban los elementos, en este caso los cuerpos, aisladamente. Otra condición de sistema de características complejas está presente aquí; el programa de computación que describe al colectivo que estudiamos, es más largo en bits que el que describiría a un elemento aislado. Vemos así, que sin advertirlo (o quizás algo entreviera), Poincaré, con sus hallazgos en el "Problema de los tres cuerpos" estaba alumbrando el camino para que emergiera la Teoría de la Complejidad.

En el prólogo del último libro que se publicó de Poincaré, "Últimos pensamientos", los editores le rinden emotivo homenaje con esta frase: "El 17 de julio de 1912 una embolia cerebral paralizó aquel cerebro viviente de las ciencias racionales cuando estaba en plena madurez". A Henri Poincaré se le menciona por lo general para elogiar al matemático, pero de igual forma puede admirarse al físico y al filósofo. Pero no vaya alguna mente ligera irreverentemente a pensar al eminente sabio como alguien que indiscriminadamente incursiona en cualquier materia. Si así hubiera sido en ninguna hubiera descollado. Una mente como la de Poincaré pudo brillar en esas tres ramas pues están íntimamente relacionadas, pero nadie ni especialmente dotado puede profesar con eficiencia diversas y disímiles materias como quizás algunos piensen.

En el campo de la física tuvo Poincaré su más relevante participación cuando en 1905 envió a una revista su versión de la teoría especial de la relatividad sólo unos días después que Einstein enviara la suya y sin que ninguno de los dos supiera del trabajo del otro. Un golpe de mala suerte le impidió a Henri Poincaré tener la gloria de que se le adjudicara la paternidad de la Teoría de la Relatividad.

Muchas fueron las contribuciones de Henri Poincaré a la matemática sobre todo en lo referente a las ecuaciones diferenciales, los sistemas dinámicos y en algo que es en lo cual más se le menciona: el principio de inducción completa así como una rama poco conocida de las matemáticas como es la Topología. Relacionado con esta última disciplina su nombre fue recientemente muy mencionado cuando la prensa se hizo eco a mediados del 2006 de su proposición de la llamada Conjetura de Poincaré al adjudicarse un muy importante premio, la Medalla Fields, al matemático ruso Grigori Perelman por la resolución del citado problema que a lo largo de décadas no pudo encontrarse. En la famosa Conjetura afirma Poincaré que todas las estructuras compactas simplemente conexas (o sea que en sus superficies cualquier lazo que en ellas se dibuje, puede constreñirse hasta reducirse a un punto) son homeomórficas con un ente geométrico llamado triángulo esférico. En Topología dos figuras se consideran homeomórficas o topológicamente equivalentes si los puntos de una pueden ponerse en correspondencia uno a uno con los de la otra aunque sus formas sean muy diferentes.. La demostración de Perelman se basa en el llamado flujo de Ricci expresado en la ecuación diferencial:

$$\partial g / \partial t = -2R$$

donde  $g$  tensor métrico y  $R$  tensor de curvatura de Ricci que significa que la métrica de una superficie fluye, varía de la mayor curvatura a la menor. Las distancias decrecen donde la curvatura aumenta. El tensor  $R$  está relacionado con la laplaciana de  $g$  esto es con  $\nabla^2 g$ .

Pero quizás lo más difundido de su variado quehacer ha sido lo producido como filósofo plasmado en el establecimiento de la vertiente del positivismo a la cual se le ha llamado convencionalismo, variante del instrumentalismo y del pragmatismo que sostiene que las

teorías sobre determinados aspectos de la realidad sólo son hipótesis de trabajo a las que llega por convenio la comunidad científica y que se aceptan atendiendo a su economía de recursos mentales y utilidad para continuar las investigaciones mientras no surja una contradicción o imposibilidad de explicar un elemento nuevo. Aunque sin negar la objetividad de la realidad, el convencionalismo admite que las hipótesis no tienen que reflejar necesariamente la realidad. En su libro "La Ciencia y la Hipótesis", expresó: "Ninguna geometría es mejor que otra; sólo mas conveniente". Refiriéndose a lo que ocurriría filosóficamente si no se hubiera creado el Análisis Matemático, obra producto de la convención de la comunidad científica, escribió Poincaré la siguiente frase la cual en nuestra opinión resume su tesis convencionalista: "...sin este lenguaje (el del Análisis Matemático), la mayor parte de las íntimas analogías de las cosas habrían permanecido por siempre ocultas a nosotros (...) habríamos permanecido ignorantes de la armonía interna del mundo, que es... la única realidad objetiva verdadera".



## **Bibliografía**

Gleick, J. Chaos. Penguin Books. London. 1988.

Landau, L., E. Lifshitz. Teoría Clásica de los Campos. Reverté S.A. Barcelona 1962.

O'Shea, D. The Poincaré Conjecture. Walker Publishing Company. New York. 2007.

**Joaquín GONZÁLEZ ÁLVAREZ**  
[j.gonzalez.a@hotmail.com](mailto:j.gonzalez.a@hotmail.com)