LOS CUADRADOS MÁGICOS DE ALBRECHT DÜRER Y SU RELACIÓN CON LOS NÚMEROS PRIMOS DE FERMAT

Abiel Leonardo VILLANUEVA CONTRERAS

01. Los cuadrados de Albrecht Dürer

Grabado Melancholia I

Cuadrado de **Dürer** en grabado

Albrecht Dürer (1471-1528). En 1514 creó el cobre grabado de nombre "Melancolía I", se encuentra en el Museo Británico. En él hay muchos elementos relacionados con la geometría, la aritmética y la medida del tiempo. Sobre el muro hay una esfera de madera torneada, un poliedro truncado formado por pentágonos irregulares y triángulos, una regla, un reloj de arena, una balanza y un cuadrado mágico de 4x4. Este cuadrado mágico es uno de los más conocidos y quizá el más enigmático. Es un cuadrado mágico con la constante mágica (34).

34	16	3	2	13
34	5	10	11	8
34	9	6	7	12
34	4	15	14	1
	34	34	34	34

Este cuadrado mágico es de particular interés, pues: No solo las columnas y renglones suman 34. También las diagonales, las cuatro esquinas, la matriz (2x2) del centro, las matrices (2x2) de las esquinas, las sumas de las diagonales de las matrices esquinadas (2x2), las esquinas de las matrices (3x3) que se forman, así también con movimientos similares al del caballo del ajedrez (16.11,1,6), (3,8,14,9), (2,5,15,12), (13,10,4,7), suman 34, etc.

02. Los números primos de Fermat

Un número de Fermat, nombrado así en honor a Pierre de Fermat (1601,1665), quien fue el primero que estudió estos números, es un número natural de la forma:

$$F_n = 2^{2^n} + 1 \text{, donde } n \text{ es natural}$$

De particular interés son los *números primos de Fermat*. Él conjeturó que todos los números naturales de la forma

$$F_n = 2^{2^n} + 1 \text{, donde } n \text{ es natural, eran números primos}$$

Aun que los cinco primeros términos, 3 (n=0), 5 (n=1), 17 (n=2), 257 (n=3) y 65537 (n=4) lo son, Leonhard Euler (1707,1783) en 1732 probó que no era así. En efecto, al tomar n=5 se obtiene un número compuesto:

$$F_5 = 2^{2^5} + 1 = 2^{32} + 1 = 4294967297 = 641x6700417$$

Así que el numero 4294967297 es el número más pequeño que, siendo número de Fermat, no es primo.

Actualmente, sólo se conocen cinco números primos de Fermat, que son los que ya se conocían en tiempos del propio Fermat, y, a fecha de enero de 2009, sólo se conoce la factorización completa de los doce primeros números de Fermat (desde $n=0$ hasta $n=11$).

Estas son algunas de las conjeturas que existen hoy día sobre estos números:

1.- ¿Sólo hay cinco números primos de Fermat (3, 5, 17, 257 y 65537)?

2.- ¿Existen infinitos primos de Fermat? (Esta es la tarea).

03. Relación de los cuadrados mágicos con los números primos de Fermat.

Ahora bien con estos antecedentes. Basado en el cuadrado mágico de Dürer, generé un cuadrado mágico de orden 16, obteniendo una constante mágica de 2056, que también tiene algunas disposiciones particulares como en el cuadrado mágico de Dürer y que suman la constante mágica, así también con movimientos similares al del caballo del ajedrez se obtiene la constante mágica.

Al hacer un análisis de las sumas totales, en el cuadrado de orden 4 de Dürer y en el de orden 16 que había generado, noté lo siguiente:

$$4x34 = 136 = 2^3 \, x \, 17 \quad \text{y} \quad 16 \, x \, 2{,}056 = 32{,}896 = 2^7 \, x \, 257.$$

Me di cuenta que tanto 17 como 257 son de los llamados primos de Fermat.

Así que: me propuse generar el cuadrado mágico de orden 256. Obtuve una constante mágica de 8388736 en donde también tiene algunas disposiciones particulares como en el cuadrado mágico de Dürer, que suman la constante mágica y que con movimientos similares al del caballo del ajedrez también se obtiene la constante mágica.

Y resulto que:

$$256 \, x \, 8388736 = 2147516416 = 2^{15} \, x \, 65537.$$

En donde *65537* también es un número primo de Fermat.

Con un buen computador se podría intentar hacer un cuadrado mágico de orden *65536* y quizá se encuentre el siguiente numero primo de Fermat, aunque esté fuera del orden consecutivo de los de la fórmula de Fermat.

Adjunto el cuadrado mágico de orden 256 con constante mágica 8388736, en donde se puede ver el cuadrado de Albrecht Dürer de orden 4 con constante mágica de 34 en la parte inferior derecha y el de orden 16 con constante mágica 2056 también en la parte inferior derecha, así como el desarrollo que usé para construirlos.

Enlace a la hoja Excell que contiene el cuadrado mágico de orden 256:

http://galeon.com/casanchi/mat/cmagico_256.xls

Abiel Leonardo VILLANUEVA CONTRERAS
México.
Junio 2011.