

# APUNTES DE LA TEORIA DE LA RELATIVIDAD ESPECIAL Y GENERAL

Eduardo Yvorra

## I ) INTRODUCCIÓN

A partir de tratar de explicar a personas que se interesaban, algunos conceptos de la teoría especial de la relatividad, sea la constancia de la velocidad de la luz, el significado del paso del tiempo, la relación entre los diferentes sistemas de referencia; me di cuenta que mis explicaciones no eran satisfactorias. Pienso que cuando uno no puede explicar algo es quizás porque algo de lo que intenta explicar no lo entiende. Así con el mismo método que encare la lectura y la escritura de temas relacionados con la mecánica cuántica, me propongo ahora hacer lo mismo con la relatividad.

Lo primero que surge de algunas lecturas es que las teorías de la relatividad desarrolladas por Einstein, al igual que en el caso de la física cuántica, no son teorías que se vinculen con nuestro sentido común desarrollado a partir de las experiencias cotidianas. Esto sigue para mí siendo tan sorprendente como es el caso de la física cuántica, mi pregunta es ¿cómo una persona puede pensar y desarrollar una teoría a partir de supuestos que en una primera instancia suenan ridículos, o contrarios a lo que llamamos razonable? No tengo respuesta a esta pregunta pero sí una conclusión: hay que tomar caminos que no parecen razonables con confianza, si finalmente conducen a algo ese algo será extraordinario porque estaba oculto a los ojos de muchos y solo se revela por primera vez a aquellos que seguramente se encontraron con una felicidad suprema al ver que lo ridículo era cierto. Si no conducen a nada, el solo esfuerzo de transitarlos templará el espíritu para emprendimientos mayores, es en definitiva una escuela de formación del alma.

Vayamos ahora sí al tema. La teoría de la relatividad que se asigna a Albert Einstein, esta vinculada con los temas de la bomba atómica, la energía nuclear y con la idea de que no hay absolutos, sino todo es relativo. Digamos que lo referente a la energía nuclear es ante todo un subproducto de los trabajos de Einstein. A diferencia de muchas teorías científicas, la relatividad es una teoría que surge a través del método científico denominado deductivo en lugar del inductivo. Esto significa que Einstein inicia su planteo con algún postulado acerca de la naturaleza sin recurrir a experiencias observables es decir sin comprobación posible de lo que postula como verdadero; vale una digresión aclaratoria: el porque o de donde saca los postulados iniciales, mucho tienen que ver con lo que pasaba en el mundo científico en su momento; es decir Einstein no saca postulados de la galera. A partir de allí, deduce las consecuencias que

se producirían si dichos postulados son correctos. Estas consecuencias se utilizan luego para predecir comportamientos de la naturaleza, y si los mismos se confirman correctos, entonces se acepta a la teoría como válida, independientemente que el o los postulados iniciales suenen extraños o contradictorios o no intuitivos, difíciles de entender en su significado.

Entre las consecuencias que suenan como esotéricas, encontramos la equivalencia de masa y energía: la masa sería algo así como energía congelada. La relación entre ambas está dada por un factor tan grande que es la base de los desarrollos en energía nuclear y lamentablemente también guerra nuclear.

### **a) El paso del tiempo**

Nuestra intuición nos dice que el tiempo es absoluto, un segundo es lo mismo para mí sentado en la computadora que para la persona que está en un auto viajando a 120 km/hr. Por esa razón es que podemos usar relojes que miden el paso del tiempo y combinar encontrarnos en un lugar a una hora determinada. La primera ridiculez que surge como consecuencia de los postulados de Einstein allá por 1905, es que el tiempo no es absoluto, sino que el paso del mismo depende del estado de movimiento del reloj con el cual se mide. Un segundo medido en un reloj por cierto observador, corresponde a menos de un segundo transcurrido en un vehículo que se mueve respecto de dicho observador que mide. Esto quiere decir que el tiempo es relativo al observador que lo mide.

¿Por qué Einstein propuso cosas que conducen a conclusiones que suenan ridículas? La relatividad del tiempo no es parte de nuestras experiencias personales en el mundo, por el contrario viola dichas experiencias. Los efectos de la relatividad del tiempo son muy pequeños, imperceptibles a las velocidades bajas que estamos acostumbrados en el mundo cotidiano. La relatividad es una propiedad de la naturaleza no intuitiva. Toda la física que se inicia en el siglo XX está en desacuerdo con el sentido común.

Tampoco es posible hacer aproximaciones a la teoría de la relatividad especial a través de experimentos o deducciones matemáticas.

Lo que Einstein intentó hacer es poder dar explicaciones que hasta ese momento no existían de fenómenos estudiados a lo largo del siglo XIX, algo así como una nueva interpretación.

## **II) LAS DOS TEORÍAS DE LA RELATIVIDAD**

Einstein desarrolló dos teorías de la relatividad:

La teoría especial de la relatividad en 1905, que se ocupa de la forma en la cual el espacio y el tiempo se manifiestan a diferentes observadores, que se mueven a velocidades relativas constantes entre ellos. Cuando en física hablamos de observadores, nos referimos a personas que pueden hacer mediciones de espacio con una regla, o del paso del tiempo con un reloj. Es decir esta teoría es una teoría del espacio – tiempo.

La teoría general de la relatividad en 1915, es una teoría que estudia las causas de la gravedad, de la atracción existente entre dos cuerpos. Pensemos por un momento lo extraño que resulta afirmar que dos cuerpos muy masivos (Ej. La tierra y la luna), ejercen entre sí una fuerza de atracción a pesar de estar separados por una gran

distancia y no estar unidos por nada material. La acción a distancia sin una conexión concreta, es algo extraño, aunque al estar acostumbrados a percibirla, no nos asombra. Newton había determinado cual era la ecuación matemática que expresa la ley física de atracción entre los cuerpos, pero nunca explico el porque de la acción a distancia que ejercen los cuerpos entre si. Esta teoría de Einstein brinda de alguna manera ese por que.

### **III) LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD ESPECIAL**

Ahora nos concentraremos en la primera de las teorías de la relatividad, es decir la especial.

En primer lugar tenemos que saber que la idea fundamental de esta teoría es la no existencia de la condición de movimiento o reposo absoluto. Solo existe el movimiento relativo entre cuerpos y el estado de reposo de un cuerpo será relativo a otro cuerpo. Este es el motivo por el cual la teoría adopta el nombre de Relatividad.

¿Qué significa la condición de movimiento absoluto? seria aquel que puede determinarse y medirse sin ninguna referencia localizada fuera del objeto en movimiento. No existen marcas fijas en el espacio contra las cuales pudieran observarse los estados de movimiento de los cuerpos. Pensemos ¿como nos damos cuenta nosotros viajando en un auto a velocidad constante, es decir sin acelerar ni frenar, que estamos en movimiento? . Alguna vez podremos haber tenido la experiencia de estar en un vagón de tren detenido en el anden, y de repente si vemos otro tren en el anden contiguo que se mueve en dirección contraria al nuestro, nos da la sensación que somos nosotros los que nos movemos. ¿Por qué? Porque simplemente es cierto, nos movemos relativamente al otro tren, lo cual no indica que nos estemos moviendo respecto del anden donde estamos estacionados.

La condición de movimiento esta íntimamente conectada con el tiempo. Es así que otra idea fundamental de esta teoría de Einstein será que el tiempo absoluto no existe.

Ya dijimos que la velocidad a la que escuchamos el tic-tac de dos relojes, depende de la velocidad relativa entre ellos. Se comprueba que si sincronizamos dos relojes , y uno queda en tierra mientras que el otro viaja al espacio y vuelve, al llegar, la lectura en este ultimo mostrara que el tiempo transcurrido es menor que la lectura en el reloj de tierra. No solamente esto sino que si hubo una persona viajando, esta habrá envejecido menos que la que quedo en tierra. Claro como antes dijimos, las diferencias son imperceptibles a los sentidos, aunque no en la medición de los relojes que puede hacerse tan precisa como sea necesario. Veremos esto con mas detalle mas adelante.

Un detalle acerca de la personalidad de Einstein. El siempre desconfió de ciertos conceptos establecidos no por la razón sino por una autoridad suprema. Esta actitud le permitió dar un gran salto, animándose a proponer lo que otros no se animaban o simplemente no se cuestionaban para no ser tildados de tontos.

Es así que lo que Einstein trataba de hacer cuando propuso su teoría especial de la relatividad, era encontrar el sentido a un conjunto de propiedades de la naturaleza observadas durante un largo periodo de tiempo. ¿Cuáles eran estas?

### **a) La relatividad de la mecánica**

La rama de la física que estudia como las masas responden a las fuerzas que actúan sobre ellas y a su movimiento, se denomina mecánica. Newton desarrolló en el siglo XVII esta rama de la física a partir de contribuciones hechas anteriormente por Galileo. Las leyes de la mecánica, tienen implícito un principio de relatividad. Este dice que no existe ningún experimento mecánico que pueda revelar el estado de movimiento de un observador. Este solo puede medir su movimiento relativo a otro observador u otro objeto. No puede decir que se mueve a tal o cual velocidad en términos absolutos. Einstein extendió este principio de relatividad de la mecánica a toda la física cuando dijo que ningún experimento, no solo mecánico puede determinar un estado de movimiento absoluto. Su gran salto fue afirmar, el movimiento absoluto no existe.

### **b) La relatividad de la electricidad y el magnetismo.**

La electricidad es un fenómeno de la naturaleza asociado con pedazos de materia cargadas positiva o negativamente. Este fenómeno se manifiesta porque entre dichos pedazos de materia cargada se ejerce una fuerza de atracción o repulsión. Cuando las cargas están en reposo hablamos de electricidad estática, mientras que si están en movimiento las denominamos corriente eléctrica. Al frotar un vidrio con un trapo y luego acercarlo a un papel tendremos un ejemplo de electricidad estática, mientras que del enchufe de la pared lo que obtenemos es una corriente eléctrica que esta producida por cargas en movimiento.

El magnetismo por otro lado, es una propiedad que tienen algunas sustancias (especialmente el hierro), que se manifiesta también por una fuerza de atracción o repulsión, sobre sustancias similares. La experiencia común que tenemos de este fenómeno es la observada con los imanes, los cuales interpretamos están rodeados de energía magnética que produce estas atracciones y repulsiones. Esta energía magnética es lo que se denomina el campo magnético del imán.

Al comienzo del siglo XIX, los científicos descubrieron que estas fuerzas estaban relacionadas de la siguiente manera: una corriente eléctrica en un cable produce a su alrededor un campo magnético, y viceversa un imán que se mueve en el interior de un cable enrollado (bobina) genera en el mismo una corriente eléctrica. Es decir, cargas eléctricas en movimiento generan magnetismo, mientras que imanes en movimiento generan corriente eléctrica.

A partir de que se conoció esta inter-relación, comenzó a denominarse a estos fenómenos electromagnéticos.

Lo que observaron los científicos de esta época, era que existía un principio de relatividad en el electromagnetismo, ya que los movimientos, sea de las cargas como de los imanes, para que produjeran campos magnéticos o eléctricos, eran movimientos relativos entre las partes con las que se hacía el experimento.

Esto se puede apreciar bien en el caso del imán que se mueve en el interior de una bobina. Es exactamente lo mismo dado que produce el mismo resultado que el imán se mueve en una dirección mientras la bobina esta quieta, como que la bobina se mueva en la dirección contraria mientras el imán esta quieto. Siempre que las velocidades relativas en ambos casos sean iguales, la corriente eléctrica que se genera será de la misma intensidad.

Luego vemos que haciendo este experimento solo podemos comprobar el estado de movimiento relativo entre la bobina y el imán, pero no sabemos cual de los dos es el que en realidad se esta moviendo.

Sin embargo no todo el electromagnetismo se ajustaba al principio de relatividad como veremos luego.

### c) El descubrimiento de la luz como fenómeno electromagnético.

Maxwell en 1865, demostró matemáticamente que los imanes y las corrientes eléctricas podían producir ondas viajeras de energía eléctrica y magnética. Ondas que se movían en el espacio por sus propios medios, sin que los imanes o los cables intervinieran en este viaje. Una onda electromagnética como toda onda, transmite energía que se manifiesta como fuerzas eléctricas y magnéticas que se mueven a través del espacio. Estas ondas son invisibles, solo podemos apreciar sus consecuencias. Son campos eléctricos y magnéticos que se trasladan en la dirección del movimiento perpendicular a esta (la dirección) y perpendicularmente entre ellos. Es decir si graficamos tres ejes coordenados X, Y y Z, si la onda electromagnética se traslada en la dirección de Z, los campos eléctricos y magnéticos lo harán en la dirección de X e Y, o alternativamente de Y y X. Maxwell calculo matemáticamente la velocidad de traslación de estas ondas electromagnéticas y encontró que la misma era igual a la velocidad de la luz cuya magnitud ya había sido calculada en el pasado. A raíz de este descubrimiento, Maxwell propuso que la luz era una onda viajera de energía electromagnética, que viaja a través del espacio vacío a una velocidad finita cercana a los 300.000 km/seg.

Veamos mas en detalle el razonamiento de Maxwell:

Una carga eléctrica tiene asociada a ella un campo eléctrico E. Su existencia sirve para indicar que toda carga eléctrica colocada en la influencia de dicho campo, experimentara sobre ella una fuerza de determinada magnitud y en determinada dirección.

Si una carga eléctrica se mueve (esto es lo que conocemos como corriente eléctrica), se genera un campo magnético B, cuyo significado es la indicación de que toda carga en movimiento colocada en la influencia de dicho campo magnético experimentara una fuerza cuya magnitud y dirección diferirán de la que experimentaba por la acción del campo eléctrico.

Dado que lo que realmente cuenta en materia de movimiento, son los movimientos relativos de las cargas respecto a los campos, podemos deducir que tendremos el mismo efecto anterior si sobre una carga en reposo actúa un campo magnético variable.

Ahora bien si sobre una carga en reposo detectamos una fuerza, significa que la misma esta dentro de la influencia de un campo eléctrico.

Por esto Maxwell concluye que un campo magnético variable, crea un campo eléctrico. La reciproca también se comprueba y así Maxwell también establece que un campo eléctrico variable produce un campo magnético.

Si el campo magnético B varia en forma constante, el campo eléctrico E generado será también constante, y viceversa campos magnéticos que varían en forma no constante, generan campos eléctricos también no constantes.

Así nos encontramos con una suma de efectos, campos magnéticos variables generan campos eléctricos variables, que a su vez generan mas campos magnéticos variables que a su vez generan campos eléctricos variables, y así siguiendo.

Maxwell demostró que estos campos eléctricos y magnéticos variables que se recrean constantemente uno al otro, se propagan en el espacio a una velocidad definida y calculada  $c$ , que resulta igual a la velocidad de la luz.

#### **d) El experimento de Michelson y Morley.**

Estos científicos en el año 1881 realizaron un experimento para intentar encontrar un estado de reposo absoluto, basándose en que la luz es una onda con velocidad definida. Vemos como el tema de la época era poder encontrar un sistema de referencia absoluto, porque todos los desarrollos de Newton requerían de este concepto. A pesar de lo que hasta ahora se había concluido, los científicos no se convencían de la no existencia de estados absolutos de movimiento o reposo. El descubrimiento de que la luz era una onda electromagnética, hacia pensar que debía existir un medio a través del cual la onda pueda viajar. Esto surgía como analogía de otras ondas, el sonido requiere el aire para trasladarse, las ondas acuáticas el agua. Por definición, para que haya onda debía haber un medio material donde propagarse. Como la luz se mueve por todo el universo-así es que vemos las estrellas- este medio debía ser tal que estuviera en todos lados. Podía entonces utilizarse el mismo como referencia de movimientos absolutos. A este medio se lo conocía como éter. Para ver como calcular movimientos absolutos a partir de los movimientos relativos, veamos una analogía: Supongamos que estamos en un bote en el medio del agua. Si quisiéramos saber a que velocidad se mueve el bote respecto del medio, deberíamos en primer lugar generar ondas en el agua. Las mismas se alejaran de nosotros a una cierta velocidad que podemos calcular contando las crestas por unidad de tiempo transcurrido. Esta velocidad variara según sea que el bote este en reposo o en movimiento, y en que dirección, dado que la velocidad con que se alejan las ondas será mayor en la dirección opuesta al movimiento y menor en la dirección del movimiento. Si llamamos  $U$  a la velocidad de las ondas, y  $V$  a la velocidad del bote respecto al agua, la cual no conocemos, una vez que determinamos la dirección del movimiento del bote que es aquella donde la velocidad medida de las ondas será menor; sabemos que la velocidad que medimos será  $U+V$  para las ondas que se alejan de nosotros hacia atrás de la dirección de movimiento del bote y  $U-V$  la de sentido contrario. Es decir que si hacemos la siguiente operación podremos obtener la velocidad del bote respecto al agua  $V$ :

$$(U+V)-(U-V)=2V$$

De la resta de ambas dividido 2 obtendremos la velocidad  $V$  del bote respecto del medio agua.

Michelson y Morley intentaron medir la velocidad de la tierra respecto al éter con un sistema similar. La analogía es que la tierra es el bote, el éter es el agua, y las olitas son reemplazadas por la luz. Lo que hicieron fue medir la velocidad de dos rayos de luz perpendiculares, uno que viajaba en la dirección de la rotación de la tierra alrededor del sol, y otro perpendicular a este. El experimento partía de un mismo haz de luz que se separaba en direcciones perpendiculares hacia sendos espejos situados a la misma distancia del lugar de separación. En estos espejos se reflejaban volviendo a juntarse nuevamente. Su razonamiento era que el rayo que se mueve en la dirección del movimiento de la tierra, como en el caso del bote en el agua, tendrá al encontrarse

con el otro rayo, una velocidad relativa diferente, dado que el espejo en el caso del rayo perpendicular al movimiento de la tierra, siempre mantiene la misma distancia de recorrido. Al tener velocidades relativas diferentes se produciría un desfase en los rayos que se manifestaría mediante un fenómeno de interferencia. Este desfase, conociendo el valor de la velocidad de la luz permitiría calcular cuanto había recorrido la tierra respecto al éter y por ende su velocidad. Para su sorpresa, no encontraron nunca diferencias en la velocidad de la luz, es decir nunca se produjo una interferencia, sin importar en que dirección respecto al movimiento de la tierra la midieran.

Las dudas de los científicos fueron aclaradas por Einstein quien dijo una verdad de perogrullo, pero que nadie se animaba a decir. Einstein dijo que esta velocidad no se podía determinar porque el tal "viento de éter" no existe y que las ondas electromagnéticas no necesitan de un medio para trasladarse, sino que lo pueden hacer en el vacío, hasta aquí dijo lo que se observaba. Pero también dijo algo mas extraño, que la velocidad de la luz es invariante, y que la misma no esta afectada por la velocidad del observador que la mide o de la fuente que la emite, esto daba por tierra a un concepto muy arraigado en nuestro sentido común que es el de la composición de velocidades relativas.

### **e) Transformadas galileanas y transformadas de Lorentz**

El titulo suena complejo pero es importante entrar en este tema para entender mejor el razonamiento de Einstein. Algunas ideas que aquí expondré serán repetidas pero sirve para aclarar mas el estado de la situación de la ciencia en el momento que Einstein saca sus postulados.

Se llaman transformadas galileanas, a un conjunto de ecuaciones que conectan sistemas de referencia en movimiento relativo uniforme, a estos sistemas de referencia se los denomina inerciales por estar en estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme entre si. Pensemos en un sistema S fijo y un sistema S' que se mueve a la velocidad V respecto de S en la dirección del eje x.

Un punto P al que denominamos un evento, se identifica por medio de tres valores (coordenadas) que lo ubican en el espacio y un valor (coordenada) que lo ubica en el tiempo cuando el evento sucedió. Estos valores de las coordenadas son conocidos como: x, y, z, t en el sistema S. También, debe haber valores equivalentes en el otro sistema S' que se mueve respecto a S, los cuales estarán relacionadas con las del sistema S. Las ecuaciones que relacionan cada una de estas coordenadas son las que ahora llamamos transformadas galileanas; y son las siguientes:

$$\begin{aligned}x' &= x - V.t \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= t\end{aligned}$$

Desde la época de Galilelo, existía un principio conocido como principio de relatividad, que dice que las leyes de la naturaleza tienen la misma forma matemática en todos los sistemas de referencia inerciales.

Las ecuaciones que se utilizaban para expresar o mejor transformar las leyes de la mecánica entre los diferentes sistemas inerciales, eran las transformadas galileanas que mostramos antes.

Cuando Maxwell desarrollo las leyes del electromagnetismo, surgió un conflicto entre las soluciones matemáticas de las ecuaciones de Maxwell y las transformadas galileanas . Las soluciones matemáticas de las ecuaciones de Maxwell daban origen a ondas que viajan en el espacio vacío a la velocidad de la luz, que como ya dijimos a esta altura se había calculado su valor con precisión. Esto es lo que le hizo decir a Maxwell que la luz era una onda electromagnética. Esta velocidad que surgía a partir de la resolución de las ecuaciones era para cualquier sistema de referencia, es decir era un invariante.

El problema que mencionamos surge porque ahora parecía que en el electromagnetismo las transformadas galileanas no eran validas, dado que en el sistema de referencia  $S'$  relacionado con el sistema  $S$  a través de las transformadas galileanas, la velocidad de la onda en su componente  $x$ , debía resultar ser  $U'_x=c-V$ , donde  $c$  es la velocidad de la onda y  $V$  recordemos que es la velocidad de  $S'$  respecto a  $S$ .

Sin embargo la resolución matemática de las ecuaciones de Maxwell como dijimos daba que  $U'_x= c$ .

Lo primero que se dijo para encontrar una salida a este conflicto, fue considerar que las ondas de luz se propagaban respecto a un medio denominado éter; de esta manera se decía que las ecuaciones de Maxwell eran validas solamente en el sistema de referencia en reposo absoluto del éter. Para otros sistemas que se movieran respecto del éter la velocidad de la luz cambiaria de acuerdo a lo que expresan las transformadas galileanas.

Entonces si existía un sistema de reposo absoluto dado por el éter, fue cuando Michelson y Morley intentaron hacer su experimento para determinar la velocidad de la tierra respecto al éter y concluyeron que la luz siempre se mueve a la misma velocidad independiente del sistema de referencia en el cual se la mida.

Este dato acerca de la velocidad de la luz constante, es lo que a Einstein le hace repensar el concepto que tenemos del espacio y del tiempo.

Las transformadas galileanas son incorrectas pero dan un resultado correcto cuando hablamos de velocidades dentro de nuestras experiencias cotidianas. Solo a altas velocidades cercanas a la de la luz parecería ser que dichas transformaciones no son correctas y que se debían encontrar otras.

Estas transformaciones existen y son las denominadas transformadas de Lorentz.

#### **f) Dedución de las transformadas de Lorentz**

La deducción de estas la podemos hacer teniendo en cuenta dos cosas, por un lado deben ser tales que a velocidades bajas estas ecuaciones se deben convertir en transformadas galileanas, ya que sabemos que en estos rangos de velocidades bajas, estas son validas. Por otro lado debemos incorporarles el dato que la velocidad de la luz es constante en los diferentes sistemas de referencia.

Veamos entonces la deducción:

Decimos primero que  $\mathbf{x}'= \gamma(\mathbf{x}-\mathbf{V}t)$  (1) Sabemos que para  $\gamma = 1$  la ecuación (1) se convertirá en la transformada galileana.



Ahora bien si nos situamos en el sistema  $S'$  como si fuera el fijo, el sistema  $S$  se moverá hacia el lado del eje  $x$  negativo a una velocidad  $V$ . Esto es fácil de interpretar tal como vimos en el ejemplo de los dos trenes en movimiento en el andén. Podemos escribir la ecuación que conecta ambos sistemas igual que en primer caso obteniendo que:

$$x = \gamma(x' + Vt') \quad (2)$$

Esto lo hacemos para poder obtener de (1) y (2) la relación de  $t$  con  $t'$ , porque ahora sabemos que esta será diferente a la de la transformada galileana donde  $t=t'$

$$\begin{aligned} x' &= \gamma(x - Vt) \\ x &= \gamma(x' + Vt') \end{aligned}$$

De este sistema surge que:

$$t' = \gamma[t - (\gamma^2 - 1) \cdot x / \gamma^2 \cdot V] \quad (3)$$

Todavía no sabemos cuanto vale  $\gamma$ , solo que si es igual a 1 siguen valiendo las transformadas galileanas.

Aquí entra el segundo aspecto del razonamiento, que es incorporar la constancia de la velocidad de la luz para ambos sistemas  $S$  y  $S'$ .

Supongamos un instante inicial  $t=t'=0$  donde iniciamos las mediciones en nuestros dos sistemas  $S$  y  $S'$ . Es como si ambos estuvieran acoplados en dicho momento inicial  $t=t'=0$ , a partir del cual  $S'$  se empezara a mover respecto a  $S$  a una velocidad  $V$  en la dirección del eje horizontal  $x$ . En realidad debemos pensar que  $S'$  ya se está moviendo, y que a partir del momento de coincidencia de los orígenes  $O$  y  $O'$ , es cuando empezamos a realizar las mediciones. Esto es así porque si  $S'$  estuviera quieto y empezara a moverse, tendría una aceleración, por ende el sistema dejaría de ser inercial y las conclusiones no serían válidas. En ese instante inicial, cuando  $O=O'$ , sale un rayo de luz que recorre una distancia hasta un detector, dicha distancia es  $x$  en el sistema  $S$  y  $x'$  en el sistema  $S'$ . Como dijimos que la velocidad de la luz  $c$  es constante en cualquier sistema, tendremos que

$$\begin{aligned} x &= c \cdot t \\ x' &= c \cdot t' \end{aligned}$$

Reemplazando estos valores de  $x$  y  $x'$  en las ecuaciones (1) y (3) tenemos:

En (1)  $ct' = \gamma(ct - Vt) \rightarrow ct' = \gamma t(c - V)$  llamamos a esta (A)

En (3)  $t' = \gamma[t - (\gamma^2 - 1)ct / \gamma^2 \cdot V] \rightarrow t' = \gamma t[1 - (\gamma^2 - 1) \cdot c / \gamma^2 \cdot V]$  llamamos a esta (B)

Dividiendo (A)/(B) y desarrollando algebraicamente (es sencillo y da) llegamos a:  
 $\gamma^2 = 1 / (1 - V^2 / c^2)$

Si ahora reemplazamos este valor de  $\gamma$  en las ecuaciones (1) y (3) obtendremos las denominadas transformadas de Lorentz que cumplen con los dos requisitos a saber:

Para velocidades  $V$  muy bajas respecto a la velocidad de la luz se convierten en las transformadas galileanas.

Respetan el postulado de la constancia de la velocidad de la luz en ambos sistemas de referencia S y S'.

### g) Transformadas de Lorentz

$$\begin{aligned}x' &= (x - V \cdot t) / (1 - V^2/c^2)^{1/2} \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= (t - V \cdot x/c^2) / (1 - V^2/c^2)^{1/2}\end{aligned}$$

Podemos ahora si volver a los postulados de Einstein y ver cuales son las consecuencias extrañas o contrarias al sentido común que surgen de los mismos. Aplicando las transformadas de Lorentz podremos ver como se producen dichas consecuencias.

### h) Los postulados de Einstein

Recordemos ante todo haber dicho que un postulado es algo que no se explica o demuestra sino que por el contrario se establece y a partir del mismo se deducen las consecuencias de los mismos. Si estas pueden comprobarse experimentalmente entonces los postulados serán validos para la teoría así desarrollada.

1er Postulado de Einstein: Es el que ya existía conocido como el principio de la relatividad. Todos los observadores en movimiento constante entre ellos son completamente equivalentes. Todas las leyes físicas de la naturaleza son las mismas en todos los marcos (sistemas) de referencia inerciales donde se las mida.. No hay manera de conocer el estado de movimiento de un observador a partir de ningún experimento físico que sea realizado por dicho observador dentro de su sistema de referencia, (si jugamos un partido de fútbol en un barco o en un avión en movimiento uniforme (no acelerado) es igual que si lo jugáramos en la tierra, los jugadores no patean mas fuerte en la dirección del movimiento.

2do Postulado de Einstein. La luz siempre se propaga en el espacio vacío con una velocidad definida c, la cual es independiente del estado de movimiento del cuerpo que emite esa luz.

Este 2do postulado surge del primero por lo siguiente. Hasta el momento todos los experimentos realizados mostraban que no era posible determinar una velocidad absoluta. Si supusiéramos en contra del segundo postulado que diferentes observadores con diferentes velocidades relativas, pudieran medir diferentes velocidades relativas de la luz, entonces podrían haber determinado su propia velocidad a través del éter (velocidad absoluta), pero esto estaría violando el primer postulado de Einstein.

El razonamiento es algo confuso, pero el salto cualitativo de Einstein parece ser que dice que si todos los experimentos mecánicos y electromagnéticos realizados demuestran que no hay movimientos absolutos, entonces esto debe tomarse como verdadero y asumirlo como un postulado, el cual debe cumplirse siempre.

Einstein llamo a estas conjeturas postulados porque reconocía que no eran requeridos por la lógica de las evidencias experimentales, sino solo motivadas por ellas. Algo así como que Einstein exclamara: "... y si da así, será así..."

#### IV) CONSECUENCIAS DE LA APLICACIÓN DE LOS POSTULADOS DE EINSTEIN

##### a) En el significado del electromagnetismo

Una de las ecuaciones de Maxwell habla de que una carga *en reposo* genera un campo eléctrico (Ley de Columb). ¿Reposo respecto a que?

Otra de las ecuaciones de Maxwell habla de una corriente eléctrica que son cargas *en movimiento*, generan un campo magnético (Ley de Ampere). ¿Movimiento respecto a que?

Desde la relatividad podemos decir que si un observador se considera en reposo medirá un campo eléctrico generado por la carga en su mismo sistema de referencia, mientras que otro observador que esta en un sistema en movimiento respecto al primero (digamos en un tren) y hace la medición, medirá un campo magnético, porque respecto a su sistema de referencia, la carga se esta moviendo. Es decir ambas leyes, la de Columb y la de Ampere son manifestaciones del mismo fenómeno, pero medidos por observadores en diferentes sistemas de referencia, ambos en movimiento relativo entre ellos.

Es decir Einstein fue un paso mas allá que Maxwell al decir no solo que los campos eléctricos y magnéticos son manifestaciones de un único campo denominado electromagnético, sino que también dice que estas manifestaciones no son manifestaciones diferentes, sino la misma pero que dependen del sistema de referencia dentro del cual se las observe.

##### b) En el significado de los conceptos espacio y tiempo

La constancia de la velocidad de la luz requiere que las nociones de espacio y tiempo cambien. Ya no pueden pensarse como cosas separadas, diferentes y absolutas. Estos conceptos dependen no de si mismos sino del sistema de referencia en el cual esta el observador que realiza la medición. Este cambio es mas fácil de visualizar a partir de las transformadas de Lorentz que son las ecuaciones que conectan o relacionan las coordenadas de un evento que sucede en el espacio y en el tiempo observado o medido en dos sistemas de referencia inerciales S y S'.

Recordemos que

$$\begin{aligned}x' &= (x-Vt)/[1-(V/c)^2]^{1/2} \\t' &= (t-Vx/c^2)/[1-(V/c)^2]^{1/2}\end{aligned}$$

Vemos como el tiempo t' asignado a la ocurrencia de un evento por el observador O' depende no solo del tiempo t, sino también de la coordenada espacial x asignada a dicho suceso por el observador O. así no podemos mantener una distinción definida entre el espacio y el tiempo como conceptos separados.

En lugar de localizar a un evento con 3 coordenadas espaciales y un tiempo separado de las mismas, tenemos que pensar en cuatro coordenadas similares en el espacio-tiempo que están mezcladas como vemos en las transformadas de Lorentz. Matemáticamente el tiempo es como una cuarta dimensión espacial.

### b1) Simultaneidad

Dos eventos son simultáneos para el observador O si se producen en el mismo momento es decir,  $t_2 - t_1 = 0$ , donde  $t_2$  es el momento de ocurrencia del evento 2 y  $t_1$  el de ocurrencia del evento 1. Si ambos sucesos ocurren en diferentes lugares del espacio, es decir  $x_2 - x_1 \neq 0$ , ¿cuál será la percepción de simultaneidad de los mismos eventos pero para un observador O'?

Aplicando Lorentz para el tiempo

$$\begin{aligned}\Delta t' &= (\Delta t - v \cdot \Delta x / c^2) / [1 - (v/c)^2]^{1/2} \\ \Delta t &= 0 \\ \Delta t' &= (-v \cdot \Delta x / c^2) / [1 - (v/c)^2]^{1/2}\end{aligned}$$

Es decir  $\Delta t' \neq 0$ , lo cual significa que lo que es simultáneo para el observador O, no lo es para el O' dado que no existe simultaneidad en el espacio es decir los eventos no ocurren en el mismo lugar.

Esto tendrá consecuencias cuando comparemos intervalos de tiempo y longitudes que se miden en diferentes sistemas de referencia.

### b2) La dilatación del tiempo

Imaginemos un reloj de luz, en el cual el paso del tiempo se mide por los tics hechos por un detector cuando un rayo de luz hace un recorrido de ida y vuelta desde una fuente emisora hasta el detector ubicado en el mismo lugar, reflejándose a mitad de camino en un espejo (A una distancia L desde donde esta la fuente y el detector). Imaginemos también que dicho sistema o reloj de luz esta montado en un tren que se mueve en dirección perpendicular al camino que recorre la luz a una velocidad v. Hay un observador en tierra O y uno en el tren O'.

O' que esta en movimiento con el reloj de luz, dice que  $t'_1$  es el momento en que dispara el rayo, mientras  $t'_2$  es el momento en que el detector hace tic marcando la llegada del rayo. así decimos que los eventos son la salida del rayo de luz de la fuente y la llegada del rayo de luz al detector.

Los mismos eventos para O que esta en tierra, ocurrirán en los instantes  $t_2$  y  $t_1$ . así tendremos un  $\Delta t'$  y un  $\Delta t$ .

¿En que lugar del espacio ocurren estos eventos?. Para el caso de O' en el mismo lugar dado que el rayo para el sale del mismo lugar a donde llega. Mientras que para O la salida y llegada del rayo se producen en lugares diferentes dado que el vio moverse al reloj, de allí que la posición del detector cuando el rayo le llega esta a un distancia del lugar adonde salió el rayo que es  $\Delta x = v \Delta t$ , dado que el reloj se mueve en el tren a velocidad v respecto de O.

Si reemplazamos estos valores en la transformada de Lorentz que relaciona los intervalos de tiempo tendremos luego de resolver algebraicamente que:

$$\Delta t' = \Delta t \cdot [1 - (v/c)^2]^{1/2}. \quad (1)$$

El factor que multiplica a  $\Delta t$  esta en el rango  $[0,1]$  según sea el valor de v, o sea que el intervalo entre dos eventos será menor para el observador en movimiento O' que el que mida el observador en reposo O. A esta prolongación del tiempo en un reloj es lo que se denomina dilatación el tiempo.

A este mismo resultado podemos llegar con un simple razonamiento geométrico sin tener que recurrir a la transformada de Lorentz.

Para  $O'$ ,  $\Delta t' = 2L/c$  simplemente es espacio dividido velocidad.

Para  $O$ , siguiendo el mismo razonamiento, el rayo de luz ahora recorre una trayectoria que conforma un triángulo de base  $v \cdot \Delta t$  y altura  $L$ . La distancia recorrida es dos veces la hipotenusa del triángulo rectángulo que es la mitad del anterior. De la resolución de dicho triángulo concluimos que  $\Delta t \cdot [1 - (v/c)^2]^{1/2} = 2L/c$ . Relacionando con  $\Delta t'$  llegamos a la ecuación (1) que surgió a partir de la aplicación de las transformadas de Lorentz.

b3) El test de los muones, la contracción de la longitud.

Dado que  $O$  y  $O'$  son equivalentes, podríamos pensar que el reloj pasa más lentamente para el que está en el tren si se mide respecto del que está en tierra, es decir podríamos decir que en realidad el sistema fijo es el tren y el móvil el de tierra que se mueve a velocidad  $-v$  respecto del tren. Así podríamos concluir que la dilatación del tiempo es solo un efecto que se da matemáticamente pero que en la realidad es una ilusión, dado que nunca se puede comprobar.

Existe una comprobación que confirma la teoría de Einstein de la dilatación del tiempo denominada el test de los muones.

Sobre la atmósfera chocan rayos cósmicos a una distancia de 10 Km. sobre la superficie terrestre, de esos choques se producen unas partículas subatómicas denominadas muones, las cuales son detectadas en la tierra.

De los experimentos realizados en los aceleradores de partículas se sabe que la vida media del muon en reposo es de unos  $2,20 \times 10^{-6}$  segundos. Moviéndose como máximo a la velocidad  $c$  de la luz, podría recorrer a lo largo de su vida solo 0,66 Km. ¿Cómo hace para llegar a la tierra?. Lo que ocurre es que al moverse a la velocidad cercana a la de la luz, su reloj de tiempo transcurre más lentamente cuando se lo mide desde el reloj en tierra; es decir la vida media en reposo se alarga a la velocidad a la cual se mueve según la transformada de Lorentz, permitiéndole recorrer una distancia mayor a los 0,66 Km. O sea que dentro de este periodo de su vida puede recorrer una distancia mayor medida según el observador en la tierra.

Lo notable es que si nos sentamos en el muon, la vida media transcurre en el tiempo que calculábamos como en reposo, porque nosotros en el muon estamos en reposo respecto a él. En ese periodo vimos que no puede recorrer más que 0,66 Km., entonces ¿cómo logra llegar a la tierra? Visto desde el sistema de referencia del muon que se mueve a velocidades cercanas a la de la luz, las distancias se acortan y 10 Km. se pueden transformar en 0,66 Km. Es decir se produce un acortamiento de la variable espacio en la dirección del movimiento cuando este se produce a velocidades cercanas a la de la luz.

Distancias en movimiento se acortan, tiempos en movimiento se alargan, esto es lo extraño de la nueva concepción del espacio-tiempo según la teoría especial de la relatividad.

El acortamiento de las longitudes no significa que existan dos medidas absolutas de lo mismo, lo cual sería una paradoja, sino que la medida será diferente para cada sistema de referencia. Si dos personas permanecen a ambos lados de una gran lente cóncava, cada uno ve al otro más pequeño; decir esto no significa que cada uno sea más

pequeño. El hecho de que los cambios de longitud y de tiempo sean considerados aparentes, no quiere decir que exista una verdadera longitud y un verdadero tiempo que parezcan distintos a distintos observadores. Longitud y tiempo son conceptos relativos, no tiene sentido hablar de ellos (medirlos) fuera del contexto de la relación entre un objeto determinado y su observador.

No tiene sentido decir que un conjunto de medidas es el correcto y que el otro es erróneo; cada uno es correcto con respecto al observador que efectúa las mediciones en su marco de referencia. Es decir no son ilusiones ópticas.

Por eso en el experimento del muon, tenemos un sistema de referencia adosado al muon, y otro sistema adosado a la tierra. En el primero, medimos la vida del muon y la llamamos vida en reposo; mientras que la medida de la longitud que recorre tiene un valor mucho menor que la que podemos medir respecto al sistema de referencia adosado a la tierra.

El cuestionamiento de si estas variaciones en longitud y tiempo son reales o aparentes es difícil de superar. Podríamos ver que pasa con otros fenómenos físicos a los cuales estamos más acostumbrados. Veamos por ejemplo el efecto Doppler. Todos experimentamos alguna vez el cambio de frecuencia del sonido que percibimos cuando la fuente que emite el sonido se mueve acercándose o alejándose de nosotros. ¿Qué pasa entonces? ¿La frecuencia del sonido del silbato del tren es real o aparente? Decimos entonces que la frecuencia propia del sonido cuando la fuente que lo emite esta en reposo es invariable, el cambio se produce por el efecto del movimiento entre los sistemas de referencia. Lo mismo ocurre en el caso de la relatividad, las dimensiones propias de longitud y tiempo que son las medidas en el sistema en reposo (que es el sistema adosado al cuerpo en cuestión, el muon por ejemplo) no cambian. Los efectos del cambio se producen al medir en el otro sistema y son reales en tanto que las mediciones son reales. La contracción de la longitud en el sentido del movimiento no se explica por teorías de la materia, sino que están referidas al proceso de medición.

### **c) En el significado de masa en reposo**

La masa de un cuerpo es la cantidad de materia que tiene. Existen dos maneras de medir la masa de un cuerpo:

Pesándolo. Esto determina la masa gravitatoria.

Determinando la magnitud de la fuerza necesaria para acelerarlo hasta un determinado valor. Esto es la masa inercial.

El primer método no es bueno porque depende de la gravedad donde se pesa al cuerpo. Así la medida del peso de un cuerpo es diferente si se lo hace en la luna o en la tierra, a pesar de que la masa es la misma.

El segundo método es más preciso pero está sujeto a una variación más extraña. Dado que para medir la aceleración, debemos trabajar con movimientos, distancias y tiempos; al ser estos dependientes del sistema de referencia del observador, entonces la aceleración y por ende la masa inercial también dependerá de dicho sistema de referencia.

Un observador en reposo relativo respecto del objeto al cual le mide la masa (un astronauta en una nave con un elefante), medirá siempre la misma masa del elefante

independientemente de a que velocidad se mueva la nave. Esta mas se la llama masa propia del elefante o masa en reposo.

Contrariamente, la masa que mide un observador en tierra, es decir desde otro sistema de referencia que esta en movimiento uniforme relativo a la nave, es la llamada masa relativista la cual varia según sea la velocidad de la nave. La masa inercial de un objeto ubicado en un sistema de referencia inercial en movimiento, medida desde el otro sistema inercial respecto del cual el objeto se mueve, será mayor a la masa en reposo o propia del objeto según la formula:

$$m = m_0 / [1 - (v/c)^2]^{1/2}.$$

En la actualidad se ha comprobado que la formula anterior es correcta, a partir de observaciones de partículas subatómicas que se mueven a velocidades cercanas a c y que se producen en los aceleradores de partículas.

## V) EL CÁLCULO DE VELOCIDADES RELATIVAS

A velocidades  $v \ll c$ , las transformadas galileanas son validas, por eso es bastante sencillo calcular velocidades relativas, diciendo que las mismas se suman o restan según sean las direcciones de los movimientos.

En el caso de velocidades cercanas a la de la luz, esta forma de calcular velocidades relativas no es correcta porque llegaríamos al absurdo de que la luz puede moverse a velocidades superiores a c si saliera de una fuente que se mueve a la velocidad v. Veamos una deducción simple:

$$U_x = (x_2 - x_1) / (t_2 - t_1) \quad (1)$$

$$U'_x = (x'_2 - x'_1) / (t'_2 - t'_1) \quad (2)$$

Reemplazando los valores de las transformadas de Lorentz para  $\Delta x'$  y  $\Delta t'$  en (2) y resolviendo algebraicamente, llegamos a:

$$u'_x = (u_x - v) / (1 - v \cdot u_x / c^2)$$

Cuando  $v \ll c \rightarrow u'_x = u_x - v$  que era la ecuación de composición de velocidades relativas.

VI) Las consecuencias extrañas de la teoría de la relatividad especial

Resumiendo, si tenemos dos naves que tienen un movimiento relativo entre si a una velocidad cercana a la de la luz, los astronautas que viajan en cada una de estas naves descubrirán que:

La otra nave se ha encogido en la dirección del movimiento.

Los relojes de la otra nave van mas lentos.

La masa inercial de la otra nave aumento.

Ojo!!! Los astronautas en cada una de sus naves encontraran que nada cambió.

En el extremo cuando la velocidad relativa llega a alcanzar la velocidad  $c$  de la luz, los astronautas dirán que:

La longitud de la otra nave se ha hecho nula.  
El tiempo en la otra nave ha dejado de transcurrir.

La masa de la otra nave se hace infinita.

Claramente estas consecuencias serían imposibles por lo que la velocidad  $c$  de la luz, es considerada como un límite máximo de la naturaleza que ningún cuerpo puede alcanzar.

Debemos tener muy presente lo siguiente para no confundirnos:

Todos los cambios que se producen en el tiempo, la longitud, la masa, deben entenderse como cambios que se observan siempre en el marco de referencia de los demás. Es decir la dilatación del tiempo por ejemplo de un observador en movimiento, no es observada (medida) por el propio observador sino por otro que esta fuera de su sistema de referencia y respecto del cual el primero se esta moviendo con movimiento rectilíneo y uniforme.

## **VII) ALGUNOS CONCEPTOS PARA ENTRAR EN LA TOERIA GENERAL DE LA RELATIVIDAD**

### **a) El concepto de Espacio-tiempo de Feynman**

La teoría de la relatividad muestra que la relación de posiciones y tiempos medidas en dos sistemas de coordenadas no son lo que hubiéramos esperado sobre la base de nuestra intuición. Por el contrario estas siguen las relaciones dictadas por las transformaciones de Lorentz. Para realizar una analogía con mediciones en dos sistemas de coordenadas y su significado, consideremos las transformaciones que tienen lugar cuando a un sistema se lo rota un cierto ángulo  $\theta$  respecto al centro del sistema. Así las ecuaciones que relacionan las posiciones entre ambos sistemas, el original y el rotado son:

$$\begin{aligned}X' &= x \cos\theta + y \operatorname{sen}\theta \\Y' &= y \cos\theta - x \operatorname{sen}\theta \\Z' &= z\end{aligned}$$

Siendo los valores primos las coordenadas en el sistema rotado y los valores no primos las coordenadas en el sistema original. Los valores primos pueden considerarse como un mix ponderado de los valores no primos, siendo los factores de ponderación que ponderan a los valores no primos, función del ángulo de rotación del sistema.

Veamos ahora una analogía físico-geométrica. Cuando miramos a un objeto, existen dos dimensiones del mismo, el ancho y la profundidad. La realidad es que el ancho puede pasara a ser profundidad y viceversa, dependiendo de cómo nos ubiquemos respecto al objeto. Es decir, ambas medidas son aparentes dado que según estemos ubicados nosotros respecto al objeto, las mismas serán diferentes (imaginemos que miramos al objeto desde diferentes ángulos). Estas medidas aparentes son una combinación o mix de las medidas reales del objeto, su ancho y su profundidad, y se pueden calcular aplicando las formulas anteriores de rotación. Si no pudiéramos



cambiar de posición respecto al objeto que observamos, este ejercicio de pensamiento sería irrelevante dado que siempre veríamos los mismo del objeto, es decir para nosotros el ancho y la profundidad serian dos medidas diferentes, que denominaríamos las verdaderas medidas del objeto. Es debido a que podemos caminar alrededor del objeto, que podremos darnos cuenta que el ancho y la profundidad son de alguna manera dos aspectos diferentes de la misma cosa. Supongamos que el objeto es un rectángulo, si lo miramos de frente el ancho es una dimensión, mientras que si nos colocamos de costado perpendicular a la posición anterior, el ancho es lo que antes era la profundidad.

Ahora bien ¿podemos pensar a las transformadas de Lorentz de la misma manera? En estas también los valores primos son un mix de los no primos. Recordemos que los valores primos son los correspondientes al sistema en movimiento, mientras los no primos son los correspondientes al sistema en reposo.

Lo complicado es que dicho mix, es un mix de espacio y tiempo. En el sistema en movimiento (el primo) valores de posición que denotan espacio, son una mezcla de valores de posición del sistema en reposo y valores de tiempo en el mismo sistema. Lo que una persona en el sistema en movimiento ve como espacio, la otra persona en el sistema en reposo lo ve en parte como paso del tiempo. Feynman genera la siguiente idea: la "realidad" de un objeto al cual miramos, es de alguna manera mas amplia (lo que miramos no es la realidad objetiva e intrínseca del objeto) que el "ancho" y la "profundidad" del objeto porque estos dependen del hecho de cómo miremos al mismo, es decir desde que lugar. Cuando nos movemos a una nueva posición, nuestro cerebro inmediatamente recalcula el ancho y la profundidad, dándonos una idea real de lo que es el objeto.

Pero nuestro cerebro no puede recalcular inmediatamente coordenadas de espacio y de tiempo cuando nos movemos a altas velocidades, debido a que no tenemos la experiencia efectiva de viajar a velocidades cercanas a la de la luz, adonde podríamos apreciar que el espacio y el tiempo son como "el ancho y la profundidad" dimensiones de la misma naturaleza. A nosotros nos ocurre como en el caso de aquella persona que mira a los objetos siempre desde la misma posición, sin poder caminar alrededor de ellos.

De esta manera intentaremos pensar a los objetos en una nueva clase de mundo de espacio-tiempo combinado, de la misma manera que en el espacio dimensional podemos observar los objetos desde diferentes posiciones. Así consideraremos a los objetos que ocupan un cierto espacio y duran un cierto tiempo, como ocupando un cierto "blob" (es la palabra de Feynman) en este nuevo mundo al que denominamos espacio-tiempo. Un punto en este espacio-tiempo definido por cuatro coordenadas ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $t$ ) se denomina evento.

La geometría del espacio-tiempo así definido no es euclidiana. El espacio-tiempo es un espacio curvo, estando la curvatura dada sobre la dimensión tiempo de dicho espacio.

### **b) ¿Qué es un espacio curvo?**

El tema este me parece interesante porque si bien el titulo suena a algo estrambótico, la realidad es que entenderlo abre la mente, porque da la casualidad que nosotros vivimos en un espacio curvo. Muchos de los conceptos que adquirimos en las escuelas aprendiendo geometría euclidiana en un plano, no son validos en los espacios curvos.

La explicación que da Feynman acerca de los espacios curvos surge a partir de la teoría general de la relatividad y de la teoría de la gravedad de Newton.

Newton decía que cualquier cuerpo con masa atrae a otros cuerpos con masa, con una fuerza que de acuerdo a una fórmula sencilla era igual al producto de las masas dividido por el cuadrado de la distancia que separa a ambos. Si bien sencilla, el fundamento físico de esta fórmula no es para nada claro, ¿por qué se produce esa atracción? Es una pregunta sin respuesta.

Einstein tenía una interpretación diferente de la fuerza de gravedad o atracción entre los cuerpos. Según él, el espacio y el tiempo, que conforman el denominado espacio-tiempo, sufren una curvatura considerable cerca de grandes masas. Es así que el intento de las cosas de continuar el movimiento en línea recta en este espacio-tiempo curvado lo que hace que las cosas se muevan como lo hacen, es decir atrayéndose entre ellas según la fórmula de Newton. Esto dice Feynman es una idea compleja para entender, así que comienza su explicación ocupándose solamente del concepto de espacio curvo sobre todo en la aplicación de Einstein. Como en tres dimensiones es un tema complejo, empieza a desarrollarlo en dos dimensiones.

Para esto Feynman se imagina seres vivos que habitan en un mundo de dos dimensiones. Estos insectos obviamente no tienen posibilidad de imaginarse como es un mundo como el nuestro de tres dimensiones, por lo tanto por analogía que hagamos al pasar de dos a tres dimensiones, podremos comprender, no sin esfuerzo como transformar nuestras ideas y pasar de nuestras tres dimensiones a cuatro dimensiones (espacio-tiempo). Así Feynman nos habla de un insecto que vive en un plano, otro que habita la superficie de una esfera, donde podrá caminar pero sin tener el concepto de mirar para arriba o para abajo o para afuera de la esfera, y un tercero que vive en un plano más complejo y con ciertas características: la temperatura es diferente en diferentes zonas de dicho plano, tanto el insecto como las reglas que utiliza para medir están hechas de un material que se expande cuando aumenta la temperatura. En este plano que denominamos plato caliente, todo se expande con el calor en la misma proporción.

Ponemos ahora a nuestros insectos a estudiar geometría.

Primero aprenden el concepto de línea recta como la distancia más corta que hay entre dos puntos. El insecto en el plano dibuja una línea recta; el que está sobre la esfera también lo hace aunque nosotros (individuos en tres dimensiones) veremos que es una curva sobre la esfera que une ambos puntos. Para el tercer insecto en el plato caliente, el dibujo también resultará en una línea curva pero que requiere más explicación. Digamos primero que el plato está más caliente en el centro que en los bordes, y digamos que los puntos que debe unir están a ambos lados del centro. Dada la definición que la línea recta es la menor distancia entre dos puntos, el insecto comenzará a trazar esta línea con su regla, pero dado que la misma se expande en las zonas de mayor temperatura, los cm que él mida sobre esta regla serán más grandes en las zonas calientes que en las frías por lo tanto al querer trazar la línea más corta, esta tendrá, viéndola desde arriba (algo que nuestro insecto no puede hacer), una curvatura hacia fuera del plato, que son las zonas de mayor temperatura. Vemos así que el mismo concepto adopta diferentes formas para nosotros. Estas formas se producen según es el punto de vista de los insectos que dibujan las líneas.

Veamos ahora la construcción de figuras geométricas sencillas: un cuadrado, un triángulo y un círculo.

Empezando por el insecto que esta en un plano, el dibujara un cuadrado trazando a partir de un punto A, una línea de longitud  $d$  definida; marcando luego un ángulo de  $90^\circ$  con esta, trazara otra línea de longitud  $d$ , y así repetirá el procedimiento dos veces mas, comprobando que vuelve al punto de partida A. Esta figura es un cuadrado.

Si luego dibuja una figura que esta dada por la intersección de tres líneas oblicuas obtendrá lo que se denomina triangulo, figura esta que tiene la propiedad de que sus ángulos internos suman  $180^\circ$ .

Finalmente si desde un punto  $c$ , nuestro insecto comienza a dibujar líneas todas de la misma longitud  $r$ , comprobara que si une estos puntos obtenidos obtendrá una línea curva que se cierra sobre si misma a la que denominaremos circulo. También haciendo diferentes de estos círculos, podrá comprobar que la relación entre la medida de esta curva (perímetro de la circunferencia) y la distancia desde el punto  $c$  (centro) hasta la curva  $r$  (radio) es un valor constante, aproximadamente  $6,283$  ( $2\pi$ ).

Ahora bien cuando el mismo procedimiento es seguido por nuestros otros dos insectos, el de la esfera y el del plato caliente, nos encontramos con ciertos inconvenientes. El cuadrado no se cierra, es decir no se vuelve al punto de partida cuando a partir de un punto trazamos líneas en ángulos rectos de la misma dimensión. Los ángulos del triangulo no suman  $180^\circ$  sino mas. Cuando dibujan la circunferencia sobre la superficie de la esfera o sobre el plato caliente, resulta que la relación entre  $C$  (perímetro de la circunferencia) y la constante  $2\pi$ , da un valor que es menor al radio medido sobre el espacio sea de la esfera o del plato caliente.

Se define entonces un espacio curvo como aquel en el que ocurren este tipo de incongruencias o diferencias con el espacio euclidiano.

Puede haber diferentes tipos de espacios curvos. Un insecto en una pera tendrá una visión diferente a los otros dos que mencionamos, dado que la curvatura de la pera varia según este en la parte superior o la inferior. Un insecto en una silla de montar también esta en otro tipo de espacio curvo. Según sea la curvatura de estos espacios se puede dar que las incongruencias con el espacio euclidiano sean inversas. Así la suma de los ángulos internos de un triangulo podrán ser inferiores  $180^\circ$ , el radio calculado puede ser menor al radio medido. Se dice de estos que son espacios curvos de curvatura negativa.

Un caso particular es aquel del insecto viviendo en la superficie de un cilindro. Diríamos en principio que este también esta en un espacio curvo. Sin embargo si dibujamos el cuadrado, el triángulo y el circulo sobre la superficie del cilindro, veremos que estas figuras cumplen con los criterios del espacio euclidiano. Esto es simplemente así porque si desenrollamos el cilindro con las figuras en el, veremos entonces que estas son las mismas pero ahora en un plano. De esta manera podemos decir que nuestro insecto no puede detectar que esta sobre un espacio curvo, realizando los experimentos de los dibujos, porque le darán como si fuera un plano. Solo podrá detectar la curvatura comenzando a caminar hacia una dirección y comprobando que regresa al punto de partida. Según nuestra definición técnica, el cilindro no es un espacio curvo. De esta manera, introducimos el concepto de curvatura intrínseca, diciendo que es aquella que puede detectarse mediante una medición local, por ejemplo dibujando el cuadrado y viendo que no llegamos al punto de partida. Decimos entonces que el cilindro no tiene curvatura intrínseca.

Este fue el sentido que le daba Einstein cuando definía a nuestro espacio como un espacio curvo. Ya lo vimos en dos dimensiones, debemos extrapolar ahora no sin cierta complicación a tres dimensiones.

Vivimos en un espacio de tres dimensiones y no podríamos imaginar que el mismo puede estar doblado o curvado en alguna dirección, simplemente nos dice Feynman porque nuestra imaginación no es lo suficientemente buena, de la misma manera que para el insecto que habita la superficie de la esfera, le es imposible darse cuenta de lo que significan las tres dimensiones que nosotros vemos tan claramente. Aun así podemos definir una curvatura sin salir de nuestro mundo tridimensional. Todo lo dicho acerca de el mundo bidimensional de nuestros insectos fue un ejercicio para mostrar que podemos obtener una definición de curvatura del espacio que no requiere que estemos en condiciones de observarla desde una posición externa. Podemos determinar si nuestro mundo esta en un espacio curvo de la misma manera que hacen nuestros insectos que viven en la superficie de una esfera o de un plato caliente. Es cierto que no podremos diferenciar entre ambos, pero si podemos diferenciar ambos de un espacio plano. ¿Cómo lo hacemos? De la misma manera que hicimos hasta ahora, dibujamos un triangulo y medimos sus ángulos interiores, o un circulo y medimos la relación entre su circunferencia y el radio, o una esfera, o tratamos de dibujar un cuadrado o un cubo. En cada uno de estos casos verificamos si se cumplen los postulados de la geometría euclidiana, si esto no ocurre, entonces decimos que nuestro espacio es curvo. No obstante en el caso de tres dimensiones la cosa no es tan sencilla como en el caso de dos dimensiones, dado que en los espacios bidimensionales, en cualquier punto del mismo hay una cierta curvatura, pero en tres dimensiones existen varios componentes de la curvatura, por ejemplo si dibujamos un triangulo en un plano podremos obtener una suma de sus ángulos interiores diferente a la que obtendríamos si lo dibujamos en otro plano, lo mismo ocurriría si dibujamos un circulo.

Una manera de superar este obstáculo seria dibujando una esfera. Definimos la esfera como el conjunto de puntos que en un espacio tridimensional son equidistantes de un punto del mismo espacio al que denominamos centro de la esfera. Podemos medir la superficie de la esfera mediante algún sistema practico tal como colocar sobre dicha esfera una grilla con pequeños rectángulos, hasta cubrirla totalmente, luego sumar las áreas de los rectángulos y esa será la superficie medida de la esfera, como sabemos que la formula de la superficie de una esfera es:

$S = 4\pi r^2$ , resulta que de esta formula podemos calcular el radio ya que la superficie  $S$  fue calculada con el método de la grilla.

Es importante una aclaración; la formula del área de una esfera es correcta si la misma (esfera) existe en un espacio euclidiano, justamente que los resultados de la formula no coincidan con las mediciones realizadas, asumiendo que tenemos instrumentos perfectos para medir, denota la característica de espacio no euclidiano y por ende la denominación del mismo como espacio curvo.

Volviendo a nuestra comprobación, podemos medir directamente el radio de la esfera con los instrumentos perfectos. Si el radio medido es mayor al radio calculado, tendremos un radio en exceso que es la medida de la curvatura media del espacio tridimensional en el cual se encuentra nuestra esfera. Al ser una curvatura media o promedio no se podrá determinar las propiedades geométricas de dicho espacio. En realidad la definición completa de la curvatura de un espacio tridimensional requiere la

especificación de seis números de curvatura en cada punto. Esto así esta dicho por Feynman, pero realmente no es sencillo entender a que se refiere.

Ahora bien, el espacio tridimensional en el que vivimos ¿es curvo? A partir de muchas mediciones geométricas realizadas, nadie detecto que nuestro espacio fuera curvo. Simplemente para distancias no muy grandes no es factible detectar si nuestro espacio es euclidiano o no. Pero bajo ciertas circunstancias tales como en lugares donde la fuerza de gravedad es muy intensa o las distancias en cuestión son muy largas, tal como ocurre en los espacios interestelares o cerca de estrellas que producen fuertes campos gravitatorios, se ha comprobado que el universo es un espacio no euclidianos es decir es un espacio curvo.

Fue Einstein quien estudiando el tema de la gravedad, en su teoría general de la relatividad, quien descubrió la curvatura de nuestro espacio. La explicación que da Feynman no es sencilla, pero esta hecha con lenguaje llano y poca matemática así que aquí la describo.

Einstein dijo que el espacio-tiempo es curvo y que la causa de esa curvatura es la materia. Como la materia es también la causa de la gravedad, entonces la gravedad estará relacionada con la curvatura del espacio.

Veamos algunas aclaraciones que da John Wheeler. ¿Cuál es la causa de la gravedad? ¿Esta acaso en el objeto que cae? ¿o en el medio en el cual se produce la caída? Si todos los cuerpos caen igual, si como veremos masa inercial y gravitacional son equivalentes, entonces la "responsabilidad" de la caída de los cuerpos debemos buscarla en el medio donde esta se produce. Einstein así dice que la gravedad no es una fuerza física externa transmitida a través del medio que nos rodea (acción a distancia) sino que es una manifestación de la curvatura del medio. ¿Cuál es ese medio que se curva y causa el fenómeno de la gravedad?.

Wheeler propone la observación del siguiente experimento: lanzar bolas a diferentes velocidades en un cuarto que tiene dos ventanas, una paralela a la dirección del movimiento de las bolas, y otra perpendicular a dicho movimiento. En cada una de ellas se coloca un observador con maquinas de fotos ultra rápidas y se saca una serie de fotografías durante el trayecto de las bolas.

Al revelar las fotos tomadas desde la ventana paralela al movimiento, y colocando dichas fotos una al lado de la otra, tendremos una imagen del viaje de las bolas en dos dimensiones: la del movimiento y la perpendicular al movimiento, esta es una visión en el espacio. Veremos aquí, que según fue la velocidad con que las bolas fueron lanzadas, la curvatura de la trayectoria es diferente, formando una parábola mas pronunciada en el caso de las bolas lentas. Es decir la curvatura del espacio solo no muestra nada.

Si ahora revelamos las fotos tomadas desde la ventana que enfrenta a las bolas disparadas, es decir desde una posición perpendicular al movimiento, la imagen que obtendremos en las diferentes fotos, será la bola en una posición espacial (la altura o posición vertical) y en una posición temporal, dado que cada posición corresponde a un momento (tiempo) diferente. Si alineamos las diferentes fotos tomadas por un lado las de la bola rápida y por otro y debajo de las anteriores las bolas lentas, comprobaremos que la curvatura de la trayectoria es similar. Ahora bien, lo que hemos construido aquí al alinear así las fotos es un diagrama de dos dimensiones espacio-tiempo, dado que cada foto corresponde a una dimensión espacial (la altura) y una dimensión temporal (

el momento en el que sacamos la foto). Aquí si vemos que la curvatura de la trayectoria es la misma, por eso afirmamos como Einstein lo hizo que la explicación de la gravedad es la curvatura pero no del espacio sino del espacio-tiempo

### **c) Hiper-espacio**

No es sencillo entender o imaginarnos los conceptos relacionados con la teoría general de la relatividad y la cosmología, porque nos hablan de hiperespacios (espacios de mas de tres dimensiones) y espacios no euclidianos. Por esta razón me pareció importante agregar algunas explicaciones que no vienen de Feynman pero que ayudan a comprender su lectura.

Como primera medida es necesario dar significado al termino "dimensión". Podemos acordar que el lugar donde habitamos es un espacio de tres dimensiones, un plano geométrico o la superficie de una esfera, es un espacio de dos dimensiones, una línea o una circunferencia es un espacio de una dimensión.

En nuestro universo nosotros siempre encontraremos un punto por donde puedan trazarse tres líneas perpendiculares entre ellas, imaginemos la esquina de un cuarto. En un plano solo podemos trazar dos líneas perpendiculares que pasen por el mismo punto. Por lo tanto por extensión decimos que si en un espacio podemos trazar por un punto  $n$  líneas que son perpendiculares entre si, dicho espacio será  $n$ -dimensional. Esta afirmación que deducimos obviamente no puede captarse con la imaginación, simplemente porque, como decía Feynman, nosotros estamos metidos en un espacio tri-dimensional por lo que todo lo que lo supere no es algo que podamos visualizarlo dado que nuestros sentidos no están preparados para esto.

Un ejemplo típico de espacio bidimensional es la superficie de la tierra, donde solo pueden trazarse dos líneas perpendiculares que pasen por el mismo punto.

Así el concepto de dimensión se define en términos de la cantidad de líneas perpendiculares que pueden pasar por un mismo punto. Dos cosas surgen como validas de esta definición: la cantidad de dimensiones de un espacio es un numero entero, y en un mismo espacio todos los puntos cumplen con la condición de cantidad de líneas perpendiculares, es decir no puede existir una zona donde pasen tres líneas perpendiculares y otra donde pasen dos, por que estaríamos hablando de espacios diferentes.

Otra forma de definir el concepto de dimensión, es a partir de la cantidad de valores que necesitan darse para conocer la posición de un punto en el espacio de referencia. Así en un espacio bi-dimensional solo necesitamos dos valores, sean estos las coordenadas cartesianas  $(x, y)$  o lo que mas nos suena en la superficie de la tierra la longitud y la latitud, no olvidemos que en este último caso el espacio es curvo sobre una tercera dimensión, por lo que no existen las líneas rectas para dibujar los ejes cartesianos, salvo en regiones pequeñas del mismo (locales).

Si definimos como superficie de un objeto el límite o la frontera que separa lo interior de los exterior del objeto, en un espacio bi-dimensional, esto será el perímetro del objeto. Si el espacio es además euclidiano podemos entonces decir que el perímetro de un cuadrado es 4 veces el lado, y el de una circunferencia es  $2\pi R$ . Si queremos medir lo mismo en un espacio curvo como la superficie de una esfera, según habíamos visto en la explicación de Feynman, esto no ocurre, es decir el espacio continuo bi-dimensional que se forma sobre la superficie de una esfera (como la tierra) no es euclidiano sino curvo.

Entrando a nuestro espacio dado por todo el universo que podemos observar, desde Einstein con su teoría general de la relatividad, se considera que el mismo podría ser un espacio de cuatro dimensiones, donde para poder ubicar a cada punto del mismo, se deberían conocer cuatro valores. Estos cuatro valores ubicarían a cada punto en la superficie de un hiper-esfera, es decir cada uno de estos equidistaría (igual distancia) de algún epicentro cósmico. Las desviaciones locales de la perfección euclidiana son muy pequeñas como para ser detectadas, pero los cosmólogos dicen que si iniciáramos un viaje interestelar imaginario, a la larga llegaríamos al punto de partida. Algo así como si iniciamos un viaje alrededor de la tierra. Esto lleva a la idea de que nuestro universo no tiene límites pero es finito. Para marearnos más, este viaje nos llevaría por una circunferencia cuyo distancia es probablemente del orden de cientos de miles de millones de años luz. Si viajáramos a la velocidad de la luz, máxima permitida según la teoría especial de la relatividad de Einstein, volveríamos cuando nuestro sol esta consumido y la tierra congelada o evaporada.

¿Cuáles son las características de este universo cuya forma es una esfera de cuatro dimensiones? En primer lugar y como ya mencionamos, debemos definir que es una hiper-esfera, y lo hacemos como analogía de una esfera tri-dimensional, diciendo que es el conjunto de puntos que están a la misma distancia de un centro P. En una dimensión una esfera son solo dos puntos, en dos dimensiones es un círculo, en tres dimensiones es lo que conocemos como esfera. Una esfera en una dimensión no tiene superficie o mejor la superficie es de dimensión cero (recordemos como definimos superficie: es el límite entre lo externo e interno del objeto), una esfera en dos dimensiones tiene una superficie de una dimensión (una línea), una esfera de tres dimensiones tiene una superficie de dos dimensiones (una superficie curva. Analogía con la tierra). Y en general decimos entonces que una n-esfera tendrá una superficie de n-1 dimensiones. Nuestro Universo si esta definido como una esfera en un espacio cuatri-dimensional, tiene una superficie tri-dimensional que es donde nosotros existimos. Nunca podemos ver nada fuera o dentro de la esfera de 4 dimensiones, solo vemos lo que ocurre en la superficie en la que estamos, dado que la luz viaja en solamente sobre dicha superficie. Para reafirmar esta idea pensemos en el insecto de Feynman que vive en un plano e imaginemos lo encerrado en una circunferencia sobre el mismo, nosotros, seres con capacidad para ver en tres dimensiones, sabemos que para salir del encierro solo tendría que saltar, pero esto implica poder ver esta tercera dimensión que es la altura, algo imposible para nuestro ser bi-dimensional, por eso estar encerrado. Así nosotros nos es imposible salir de nuestro espacio tri-dimensional por las mismas razones. La imaginación ha permitido escribir ciencia ficción donde las máquinas del tiempo permitirían salir de este confinamiento.

¿Cuál es el significado del tiempo como una cuarta dimensión de nuestro espacio? En primer lugar es perfectamente posible definir al tiempo como una variable para ubicar un punto(evento) en el espacio. Sin ir más lejos, existen en los textos históricos flechas o líneas de tiempo donde se ubican momentos ocurridos en el pasado. La magnitud de los intervalos puede ser la que uno elija dado que el tiempo es una variable continua. Adicionalmente existe una correlación entre espacio y tiempo que pudiera permitir medir la dimensión del espacio en unidades de tiempo. Esta correlación surge del postulado de Einstein acerca de la constancia de la velocidad de la luz. Así diríamos que una medida de 300.000 Km. puede expresarse en unidades de tiempo como 1 seg dado que es ese el tiempo que tarda la luz en recorrer los 300.000 Km. Evidentemente esta medida es más adaptable a distancias muy grandes como las interestelares. Así decimos que la distancia del sol a la tierra son 8 minutos, el

diámetro del sistema solar es de 10 horas, el diámetro de la vía Láctea es de 100.000 años y el radio del universo conocido es de 10.000 millones de años.

Creo que ya lo mencione pero es a mi criterio importante destacar que nuestro espacio tri-dimensional es no euclidiano, es decir es un espacio curvo. Para que esto sea posible es necesaria la existencia de una cuarta dimensión del espacio, de manera tal que nuestro universo tenga algo respecto a que curvarse. Si descubrimos que nuestro espacio es no-euclidiano, entonces concluiremos que debe existir una dimensión adicional.

Por ultimo algo extraño pero interesante. Si pensamos nuestra ubicación en la superficie de la tierra, vemos que la distancia entre dos puntos es una línea que se denomina geodesia. Esta línea es un arco de circunferencia que une ambos puntos. Esta es para nosotros la distancia mas corta, aunque si nos movemos a tres dimensiones sabemos que hay una distancia mas corta dada por la recta que pasa bajo tierra y une ambos puntos. Si extendiéramos esto al infinito, diríamos lo siguiente:

Así como habitamos en un espacio tridimensional que es la superficie de un espacio cuatri-dimensional, podemos pensar que este espacio cuatri-dimensional es la superficie de un espacio de 5 dimensiones.

Cada uno de estos espacios es como el anterior no-euclidiano. ¿por qué? Simplemente por que hay muchas formas para un espacio de ser curvo y solo una de ser euclidiano. Tal como ocurre al medir la distancia entre dos puntos en este tipo de espacios curvos, veíamos como cuando se agrega una dimensión, esta distancia es mas corta que la que podíamos medir.

Podríamos entonces concluir que extendiendo el razonamiento al infinito, la distancia entre dos puntos es igual a cero. Es allí donde decimos que toda la creación es un simple punto en un espacio de infinitas dimensiones.

¿Qué es lo que nos ha llevado a decir que nuestro espacio es no euclidiano o curvo? ¿Qué propiedades hemos observado que nos hace creer en esto? La respuesta que dio Einstein a estas es la gravedad. La presencia de la materia causa una distorsión en el espacio-tiempo, y esta es la base para la Teoría General de la Relatividad.

## **VIII) LA TEORÍA GENERAL DE LA RELATIVIDAD**

Cuando Einstein descubre los principios de la relatividad especial, se conocían dos fuerzas de la naturaleza, la electromagnética y la gravedad, y ambas tenían categorías distintas en dicha teoría. La relatividad especial surge para reconciliar el comportamiento de las ondas electromagnéticas con las propiedades mecánicas de los cuerpos en movimiento. La teoría de Maxwell estaba de acuerdo con la relatividad especial (velocidad de la luz constante y maxima), a pesar de que se cambio la interpretación física anulándose el concepto del éter.. Por el contrario la teoría de la gravitación de Newton, resultaba incorrecta desde la perspectiva de la relatividad. Para Newton, la fuerza de la gravedad consiste en una acción instantánea a distancia, lo cual para Einstein carece de sentido dado que la simultaneidad de los acontecimientos no es posible cuando estos ocurren en dos lugares diferentes del espacio debido a que la información no viaja a velocidad infinita sino con un valor máximo pero finito igual al valor  $c = 300.000 \text{ km/seg}$ .



Se denomina General por ser una generalización de la teoría especial. Recordemos que la teoría especial amplió el principio de relatividad desde la mecánica a toda la física, siempre que estuviéramos en sistemas de referencia inerciales, es decir en reposo o movimiento rectilíneo y uniforme. A través de la teoría general, Einstein va mas allá, diciendo que todos los sistemas de referencia son equivalentes, incluso aquellos que se mueven entre sí con movimientos acelerados.

¿Qué pasa cuando analizamos sistemas de referencia que se encuentran en movimiento acelerado? Lo que notamos y experimentamos sensiblemente es la aparición de efectos inerciales.

Si vamos en un auto y este de repente cambia su velocidad, ya sea porque dobla o porque acelera (cambia la velocidad), nosotros en el interior del auto sentimos o que nos movemos para un costado ( el contrario al que dobla) o que nos pegamos contra el respaldo del asiento. Si frena nos pegamos contra el vidrio de adelante. En todos estos casos estamos experimentando una fuerza que denominamos inercial pero que no sabemos quien la provoca, es decir nada esta accionando contra nosotros para llevarnos a esa situación, simplemente hubo un cambio en las condiciones del movimiento.

De acuerdo a lo que ya sabemos respecto al movimiento relativo, podríamos decir que en todos estos casos, el auto es el sistema de referencia fijo y lo que en realidad se mueve hacia el costado o acelerando hacia delante o frenando es la tierra. Este razonamiento no nos parece lógico sino que el sentido común nos hace pensar que es el auto el que se esta moviendo y de allí los efectos inerciales, por eso es que Newton dijo que para el caso del movimiento acelerado, no existe el principio de relatividad sino que estos sistemas realmente tienen un estado de movimiento absoluto.

Entonces de acuerdo a este estado de la ciencia, cuando aparece Einstein teníamos dos conceptos:

El estado de movimiento uniforme es relativo.

El estado de movimiento acelerado es absoluto.

Einstein que siempre trataba de simplificar todo, pensaba que esto era raro y que la naturaleza debía ser más simple, es decir tener una sola verdad, que para el se podía expresar diciendo que cualquiera fuera el estado de movimiento de un cuerpo, siempre seria relativo. Esto es lo que durante mas de 10 años estuvo pensando para concluir en su teoría general de la relatividad.

¿Cuál era la intuición de Einstein para pensar la generalización de la teoría especial a la relatividad general? Einstein decía que tanto las leyes de la mecánica newtoniana, como la teoría especial de la relatividad, son validas si las mismas se miden o se verifican dentro de sistemas especiales llamados galileanos, y no lo son en sistemas no galileanos. Einstein se pregunta ¿Qué hace que un tipo de sistemas de coordenadas sean preferibles respecto a otros. Redundantemente, por preferibles entendemos a aquellos donde se cumplen ciertas leyes de la naturaleza, las leyes de la mecánica y de la relatividad especial. Tengamos en cuenta que un sistema de referencia es una abstracción creada por el hombre. Esta paradoja o incongruencia Einstein la explica muy bien a partir de una comparación o imagen.

Dice así: supongamos que no conociéramos lo que es el fuego, y nos encontramos en una cocina donde hay dos ollas exactamente iguales con agua hasta la mitad, de una sale vapor y de la otra no. Nuestra lógica nos llevara a buscar la causa de esta diferencia aparentemente no razonable. Si viéramos que debajo de una de estas ollas hay una especie de luz azulada (una llama), aunque nunca hubiéramos tenido la experiencia del fuego, inmediatamente lo asociaríamos a la causa de la producción de vapor.

Si esto no ocurriera, estaríamos sorprendidos y perplejos e intentando encontrar la causa de este comportamiento extraño.

En forma análoga Einstein buscaba que era ese algo en la mecánica clásica o en la relatividad especial, al cual atribuir la diferente conducta de los cuerpos considerada respecto a los sistemas de referencia galileanos y no galileanos.

Newton vio esta objeción pero la invalido sin una explicación lógica.

Mach la reconoció mas claramente y dijo que debía estudiarse la mecánica sobre una nueva base. Solo se podría mas tarde eliminar este estado d preferencia arbitrario por medio de una física que este conforme al principio de relatividad general. así las ecuaciones que expresan todas las leyes de la naturaleza no varían para ningún sistema de referencia, sin importar su condición de movimiento.

Volvamos nuevamente sobre los sistemas de referencia no inerciales. Imaginemos a un observador en un compartimiento en el espacio intergaláctico donde no se ejerce sobre el ningún tipo de fuerza. Imaginemos ahora que este compartimiento sufre una aceleración (es decir cambia su velocidad de reposo absoluto a una velocidad determinada  $v$ ) siendo la misma constante a la que llamamos " $a$ ". En ese momento el observador suelta una moneda que tiene en su mano y vera que la misma cae hacia el piso del compartimiento con una aceleración constante igual a:  $-a$ .

Otro observador realiza el mismo experimento pero en un sistema de referencia inercial en presencia de un campo gravitatorio uniforme  $g$ , donde  $g=-a$ .

Al dejar caer la moneda este observador vera el mismo efecto que en el caso anterior, es decir a la moneda caer con una aceleración constante  $=-a$ .

¿Cómo podrían ambos observadores diferenciar si están en un sistema no inercial o en uno inercial dentro de un campo gravitatorio?. La respuesta es que no pueden, y es desde aquí que Einstein establece el postulado de la teoría general de la relatividad, diciendo que ningún experimento llevado a cabo localmente puede distinguir entre un sistema de referencia acelerado en forma constante y otro inercial (no-acelerado) pero en presencia de un campo gravitatorio.

Este postulado es un enunciado del principio de equivalencia entre la masa inercial y la masa gravitatorio. Así como la teoría especial de la relatividad nos lleva a fundir conceptos que se consideraban separados e independientes como son el espacio y el tiempo, en un nuevo concepto espacio-tiempo cuatridimensional; la teoría general requiere otro cambio en la visión de dicho espacio-tiempo, por el cual la causa de la gravedad esta dada por la deformación provocada en la geometría del espacio-tiempo en presencia de grandes masas. Es decir en lugar de tener un espacio-tiempo plano, este se curva en la vecindad de una masa. La curvatura se produce en el espacio cuatridimensional, por lo que es imposible que sea visualizada o percibida

sensiblemente por seres como nosotros que somos tridimensionales. La teoría general de la relatividad trata entonces a la gravitación o gravedad como una curvatura del espacio-tiempo en cuatro dimensiones. Es decir como un fenómeno geométrico.

Si recordamos cuando hablamos de espacios curvos, veremos que la distancia mas corta entre dos puntos no es una recta sino una curva a la que llamamos geodesia.

En el espacio-tiempo la trayectoria de la tierra y los planetas alrededor del sol es una curva dado que esta es la distancia mas corta que puede recorrer a través de la geodesia del espacio. Esta geodesia surge por la curvatura que produce en el espacio-tiempo una masa como la del sol. Los efectos de la curvatura son mas apreciados cerca de grandes masas tales como las estrellas y los agujeros negros que se convierten en laboratorios importantes para la física de grandes energías.

### **Masa Inercial y masa gravitatoria**

Einstein analizaba que, tanto en la segunda ley de Newton  $F = m \cdot a$ , como en la ley de gravitación universal  $F = G \cdot m \cdot M / R^2$ , aparece una masa  $m$ .

Si ambas leyes son independientes entonces debería existir para cada cuerpo una masa inercial y una masa gravitatoria. Ahora bien todos los experimentos realizados para medir a ambas arrojaban los mismos resultados, es decir ambas masas eran iguales para el mismo cuerpo. Este resultado, ya conocido por Newton, hizo pensar a este que era totalmente casual. Por el contrario, Einstein dijo que el concepto de aceleración que surge de la 2ª ley de Newton, debía estar relacionado con el concepto de gravedad.

Si dos objetos tienen diferente peso, por ejemplo una bala que pesa 100 veces mas que una bolita, significa que la gravedad ejerce sobre la bala una fuerza 100 veces mayor que sobre la bolita, sin embargo ignorando la resistencia del aire sabemos y demostramos experimentalmente que si las arrojamos desde una misma altura, ambas caen en el mismo tiempo al piso. Esto a lo mejor no lo pensamos detenidamente, pero es totalmente extraño y contra el sentido común. ¿Por qué ocurre así?, Newton dijo que al mismo tiempo que la gravedad arrastra hacia abajo a los cuerpos, estos se resisten a moverse, ese es el concepto de inercia, es decir resistencia al cambio de movimiento. Si esta detenido: resistencia a moverse, si se mueve y se lo acelera: resistencia a aumentar la velocidad, si se lo quiere detener: resistencia a parar. Es decir la inercia nos da una idea de vagancia física propia de los cuerpos de cualquier tipo.

Entonces la bala si bien tiene 100 veces mas fuerza de arrastre por la gravedad de la tierra (asumimos que hacemos el experimento en la tierra), también tiene como contrapartida 100 veces más resistencia a moverse.

Si esto no fuera así, objetos de diferentes pesos caerían en diferentes tiempos desde la misma altura.

Decíamos que para Newton decir que la masa gravitacional fuera igual a la masa inercial era una casualidad, el no sabia cual era la razón de esta igualdad.

Einstein por el contrario estableció un postulado, que se conoce como principio de equivalencia, diciendo que la masa inercial y la masa gravitacional son la misma cosa.

Para ejemplificar esto un poco más, Einstein pensaba en una persona encerrada en una caja tipo ascensor, en el espacio, y decía que si a esa caja se la ataba a un cohete que la aceleraba a un valor determinado (el valor de  $g = 9.80 \text{ m/seg}^2$ ), la persona en su interior no podría distinguir entre esta situación (aceleración arrastrada por un cohete) o pensar que la caja estaba depositada en la superficie de la tierra, y el parado sobre la misma.

De allí mostró la imposibilidad de diferenciar entre una fuerza gravitacional y una inercial producida por una aceleración. A partir de este razonamiento, podemos considerar que los sistemas de referencia que se encuentran en un estado de movimiento acelerado entre ellos, es indistinto hablar de efectos inerciales como de efectos gravitatorios.

La teoría general de la relatividad extiende entonces el postulado de la relatividad especial a sistemas de referencia que estén en estado de movimiento acelerado.

Todas las leyes de la naturaleza son las mismas con respecto a cualquier observador, sea cual fuere su estado de movimiento relativo a otro sistema: reposo, movimiento uniforme o acelerado.

### **Observador Inercial**

Un observador inercial es un sistema que recolecta información en un sistema de coordenadas espacio-tiempo, en el cual se identifican como coordenadas espaciales a  $x, y, z$  y como coordenada temporal a  $t$ . Un punto en dicho espacio-tiempo es un evento.

Para que dicho sistema sea llamado inercial se deben cumplir las siguientes 3 condiciones

La distancia entre dos puntos espaciales  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  y  $P_2(x_2, y_2, z_2)$  es independiente del tiempo  $t$ .

Los relojes que miden el paso del tiempo en cada punto del espacio-tiempo están sincronizados y funcionan a la misma velocidad, es decir cada tic es simultáneo. La geometría de dicho espacio para un tiempo  $t$  constante es euclidiana.

Una observación de un observador inercial significa asignar a un evento las coordenadas  $x, y, z$  de la localización de su ocurrencia (donde ocurrió) y el tiempo  $t$  leído en el reloj que está ubicado en el lugar del evento, es decir en  $P = x, y, z$ .

Debemos aclarar que NO ES el tiempo que marca el reloj de la muñeca del observador ubicado en el origen  $O (0,0,0)$  cuando observa el evento en  $P (x,y,z)$ .

Esto es así porque según sabemos, la ocurrencia del evento y la observación del mismo por parte del observador en  $O$ , no son eventos simultáneos dado que la luz, que es el mecanismo de transmisión de la información desde  $P$  hasta  $O$ , tiene una velocidad finita.

### **Gráfico de Minkowski (Diagrama espacio-tiempo)**

Este tipo de diagramas permite un enfoque geométrico de la teoría especial de la relatividad. Graficamos un par de ejes coordenados donde las abscisas sean una dimensión espacial  $x$ , y las ordenadas una dimensión temporal pero algo diferente. Ponemos en ella el valor  $c.t$ , donde  $c$  es una constante conocida (la velocidad de la luz) y  $t$  es el tiempo variable. De esta manera lo que representamos en este eje, será la

distancia que recorre la luz en el tiempo  $t$ . De esta manera tenemos un gráfico de las mismas dimensiones (dimensiones de espacio, Ej. Metros). Al ser  $c$  una constante, adoptamos para ella un valor que sea más accesible para trabajar, dándole así el valor  $c=1$ .

Una línea en este gráfico se la denomina línea del mundo del objeto que estamos observando, y representa por un lado (eje de abscisas), la posición de dicho objeto en el espacio que llamamos para una sola dimensión espacial variable  $x$ . Por otro lado, en el eje de las ordenadas, el momento en que dicho objeto ocupó dicha posición  $x$  en el espacio. En lugar de decir que ese tiempo es a los  $N$  segundos o minutos u horas, diremos que el mismo es la distancia que recorrió la luz a su velocidad constante  $c$  en el tiempo  $t=N$ .

La pendiente de una línea del mundo de un objeto nunca puede ser menor que 1, es decir el ángulo mínimo que forma la línea del mundo con el eje de las abscisas será de  $45^\circ$ . Esto resulta así por ser  $c$  la velocidad máxima a alcanzar por cualquier objeto. Si el objeto se moviera a la velocidad máxima de la luz partiendo desde el origen del sistema, el punto alcanzado será tal que la medida de la ordenada de dicho punto será  $c \cdot t$  la distancia recorrida por la luz, cuyo valor es igual a la medida de la  $x$ , por que este es el espacio recorrido por un objeto durante un tiempo  $t$  a la velocidad  $c$  (espacio = velocidad  $\times$  tiempo). Es decir ambos valores serán iguales, y por un simple razonamiento trigonométrico sobre el triángulo que se dibuja en los ejes, resultara que la tangente del ángulo será igual a 1, por lo que el ángulo será de  $45^\circ$ . No puede ser menor dado que esto implicaría que el objeto recorriera una distancia superior a la que puede recorrer la luz, lo cual es imposible según el 2º postulado de la teoría especial de la relatividad.

Habiendo deducido el porque del ángulo mínimo en las líneas del mundo del gráfico de Minkowski, detengámonos un poco más en el.

Decíamos que a un punto en el gráfico de Minkowski se lo denomina evento. Cualquier evento que ocurre en el mundo físico, ocurre en una determinada ubicación en el espacio y en un determinado instante o momento del tiempo.

Antes del advenimiento de la teoría especial de la relatividad, solo se consideraba al espacio tridimensional y al tiempo como algo separado porque este parecía un continuo en si mismo, independiente y absoluto; es decir el tiempo pasa igual para todos. A partir de los desarrollos de Einstein, se supo y comprobó que el tiempo no es absoluto sino que depende del estado de movimiento de los sistemas de referencia donde se lo mida tal como surge de las transformadas de Lorentz. Habíamos deducido que eventos simultáneos para un observador que ocurren en lugares distintos, no se presentan como simultáneos a otro observador que se encuentra en un sistema de referencia en movimiento respecto al primero.

En un espacio euclidiano de 3 dimensiones, sabemos que la distancia entre dos puntos por ejemplo un punto  $P(x,y,z)$  y el origen  $(0,0,0)$  se calcula con la ecuación :  
$$d^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

Sabemos también que esta distancia no varía cuando se la mide en otro sistema que este en movimiento respecto al primero, es decir  $d^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2$ .

Vimos que en el espacio cuatri-dimensional de Minkowski hacíamos un reemplazo de la variable tiempo  $t$  por una constante multiplicada por  $t$ . Esa constante es  $i \cdot c$ , donde  $i$  es la raíz cuadrada de  $-1$ , y  $c$  la velocidad de la luz (¿por qué hacemos esto? No se). Es

decir este es un número imaginario puro cuyo módulo es la distancia recorrida por la luz en el tiempo  $t$ , que es lo que antes en dos dimensiones habíamos explicado. Este cambio en la forma de medir el tiempo apunta a poder medir la variable tiempo con las mismas dimensiones que la variable espacio. Vimos antes y se explicita formalmente en las transformadas de Lorentz que ambos, tiempo y espacio, son parte de una misma entidad llamada espacio-tiempo. De allí la necesidad de tener las mismas dimensiones.

Si definimos que el espacio-tiempo localmente, tiene propiedades de espacio euclidiano, entonces la fórmula de la distancia según vimos en tres dimensiones vale también para cuatro:

$$d^2 = x^2 + y^2 + z^2 + (i.c.t)^2, \text{ o sea que}$$

$$d^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2.t^2$$

Construcción de un gráfico de Minkowski (ejes no ortogonales)

Habíamos dicho que dado que  $c$  es una constante nada impide que le demos a la misma el valor 1.

En el gráfico bidimensional de Minkowski tenemos que la pendiente de una línea del mundo que está dada por la fórmula  $\Delta t/\Delta x$  es la inversa de la velocidad.

Cada observador es un sistema de coordenadas espacio-tiempo. Dado que todos los observadores miran a los mismos eventos (el mismo espacio-tiempo) es posible dibujar los ejes coordenados de un observador en el diagrama espacio-tiempo del otro. Para esto debemos utilizar los postulados de la teoría especial de la relatividad. Vemos el procedimiento.

La pregunta entonces es ¿Cómo dibujamos dos sistemas que se mueven uno respecto a otro a la velocidad  $v$ , y en donde en ambos se da el 2º principio de Einstein,  $c =$  constante?

Dibujamos un par de ejes coordenados perpendiculares. Este será para nosotros el sistema en reposo  $S(x, t)$

Si el sistema  $S'(x', t')$  que tiene el mismo origen  $O'=O$ , se mueve con velocidad  $v$  respecto de  $S$ ; sabemos que el eje  $t'$  formará con el eje  $t$  un ángulo  $\alpha$  tal que  $\text{Sen } \alpha = \Delta t/\Delta x = 1/v$

Para dibujar el eje  $x'$  que no es necesariamente perpendicular a  $t'$ , sabemos que el mismo es el lugar de eventos para los cuales  $t' = 0$ . También sabemos que  $c=1$  tanto en  $S$  como en  $S'$ . Veamos el comportamiento de un fotón graficado en el sistema  $S'$  asumiendo que ambos ejes son ortogonales (perpendiculares). Asumamos que un fotón sale de una posición  $x' = 0, t' = -a$ . Dicho fotón avanzará en el espacio a  $c=1$ , por lo tanto en nuestro gráfico de dos ejes tendrá coordenadas  $t' = 0$  cuando  $x' = a$ , ya que se mueve en una recta de  $45^\circ$ , no olvidemos como construimos el diagrama de Minkowsky. Si en dicha posición  $x' = a$  existe un espejo que refleja al fotón, este seguirá un camino inverso hasta volver a la posición  $x' = 0$  pero cuando  $t' = a$ . De la misma manera que antes se mueve en una dirección que forma un ángulo de  $45^\circ$  con la horizontal.

Ahora llevamos esta metodología de construcción a nuestro gráfico original en donde ya tenemos el sistema S (x,t) con ejes ortogonales, y el eje t' de nuestro sistema S'; faltando solo dibujar el eje x'. Sobre el eje t' dibujamos el punto -a donde sale el fotón. Dado que en el sistema S este fotón también viaja a  $c = 1$ , la dirección que adopta formará un ángulo de  $45^\circ$  con la horizontal paralela al eje x, a esta recta la llamamos  $L_1$ . Sobre esta  $L_1$  se debe encontrar un punto del eje x'. Dado que por construcción dijimos que los orígenes de ambos sistemas coinciden, el otro punto será  $O=O'$ , de esta manera podemos trazar el eje x'.

¿Dónde está dicho punto? Sabemos también de nuestro razonamiento anterior en un S' con ejes ortogonales, que el fotón retornará al eje t' en un punto  $t' = a$ , por lo tanto allí pasará nuestro fotón luego de haber sido reflejado en un espejo situado sobre el punto del eje x' que estamos intentando detectar donde está. ¿Con qué dirección llega al punto a? Formando un ángulo de  $45^\circ$  con la vertical paralela al eje t. A esta línea la llamamos  $L_2$ .

Donde se cruza  $L_2$  con  $L_1$  tenemos el punto sobre x' que estaba faltando para ahora si construir este eje, que como vemos x' y t' no son ejes ortogonales dado que fueron construidos de manera tal que se mantenga el principio de la constancia de la velocidad de la luz c para ambos sistemas S y S'.

La escala para medir longitudes en el espacio-tiempo S' es diferente a la existente para el espacio S. La misma se deduce a partir del teorema de la invarianza del intervalo. Así como en un espacio euclidiano de tres dimensiones la separación entre dos puntos se denomina distancia la cual es invariante y se calcula con la fórmula  $d^2=x^2+y^2+z^2$ , en el espacio-tiempo se denomina intervalo a lo mismo, salvo que ahora dado que la dimensión tiempo está dada por i.c.t, su cuadrado será  $-c^2t^2$ , y como adoptamos para c un valor 1, dicho término será  $-t^2$ .

El teorema de invarianza del intervalo dice que el intervalo permanece constante en los diferentes sistemas de referencia, por lo tanto dados dos eventos E y P su intervalo será tal que  $(\Delta x)^2+(\Delta y)^2+(\Delta z)^2-(\Delta t)^2=0$

El intervalo de los mismos eventos en el espacio-tiempo S' será invariante siendo entonces que  $(\Delta x')^2+(\Delta y')^2+(\Delta z')^2-(\Delta t')^2=0$ .

A partir de esto definimos como intervalo entre cualquier de dos eventos, los cuales no necesariamente estarán en la misma línea del mundo del mismo haz de luz al valor  $\Delta s$  tal que  $(\Delta s)^2=(\Delta x)^2+(\Delta y)^2+(\Delta z)^2-(\Delta t)^2$

Si  $(\Delta s)^2=0$  para dos eventos en el sistema K (t,x,y,z), entonces por el teorema de la invarianza de los intervalos,  $(\Delta s')^2=0$  para los mismos eventos usando sus coordenadas en el sistema K' (t',x',y',z').

Se demuestra que  $(\Delta s)^2=(\Delta s')^2$ . Es decir el intervalo entre dos eventos es el mismo cuando es calculado por un observador inercial.

Si  $(\Delta s)^2>0$ , significa que  $(\Delta x)^2+(\Delta y)^2+(\Delta z)^2 >(\Delta t)^2$  en cuyo caso al ser los incrementos espaciales superiores al incremento temporal, se dice que los eventos están separados espacialmente. Por el contrario si ocurre lo contrario  $(\Delta s)^2 <0$ , los eventos se dice que están separados temporalmente. Si  $(\Delta s)^2 =0$  los eventos están sobre los mismos rayos de luz, y su separación es nula

Aquellos eventos que están sobre los mismos rayos de luz tendrán separación nula con otro evento determinado llamado A y en un gráfico tridimensional espacio-tiempo (dos dimensiones espaciales y una temporal) se ubicarán sobre un doble cono invertido cuyo vértice es el evento A. A este doble cono se lo llama cono de luz del evento A y muestra las posiciones posibles de eventos ocurridos en el pasado y en el futuro del evento A.

### **Bibliografía recomendada:**

**Física Clásica y Moderna.** Getty, Seller y Skove

**Física Moderna** Resnick

**A first Course in general relativity** Bernard F. Schutz

**Great ideas in physics.** Alan Lightman

**The six core theories of modern physics.** Charles F. Stevens

**Understanding Einstein's Theories of Relativity.** Stan Gibilisco.

**Relativity.** Albert Einstein.

**El Espacio y El tiempo en el universo contemporáneo.** P.C.W.Davies.

**A journey into gravity and Spacetime.** John A. Wheeler

**Seven ideas that shook the universe.** Nathan Spielberg, Bryon D. Anderson

**The dancing Wu Li Masters.** Gary Zukav.

**Three roads to Quantum gravity.** Lee Smolin.

**Six Easy Pieces** Richard P.Feynman.

**Six not-so-easy pieces.** Richard P. Feynman.

**En busca de Susy.** John Gribbin

**Supestrings A theory of everything?** P.C.W.Davies, J.Brown

**Eduardo Yvorra**  
[eduardoy@house.com.ar](mailto:eduardoy@house.com.ar)