

# ¿Quién propuso la “fórmula de Rayleigh-Jeans”?

Nelson Arias Ávila\*, Angelo Baracca\*\*

\*Licenciatura en Física, Universidad Distrital, Bogotá - Colombia

([nelsona@udistrital.edu.co](mailto:nelsona@udistrital.edu.co))

\*\*Departamento de Física, Universidad de Florencia, Italia ([baracca@fi.infn.it](mailto:baracca@fi.infn.it))

## Resumen

En el trabajo se analiza conceptual y cronológicamente el desarrollo de las ideas de Rayleigh y Jeans, entre 1900 y 1905, que condujeron a la llamada “fórmula de Rayleigh-Jeans”. Se plantea cómo el verdadero origen de dicha ecuación está en las investigaciones sobre el teorema de la equipartición de energía y que su presentación e interpretación actuales, en la mayoría de textos, no coinciden con la realidad y obedecen a una “racionalización” posterior.

## Abstract

In this paper we analyze the conceptual and chronological the development of Rayleigh and Jeans' ideas, between 1900 and 1905, which they led to the so-called “Rayleigh-Jeans' formula”. It appears how the real origin of the above mentioned equation is in the investigations on the theorem of the equipartition of energy, and that his current presentation and interpretation, in the majority of texts, do not coincide with the reality and obey a later “rationalization”.

## 1 – Introducción

La historia del surgimiento de los conceptos y las leyes físicas que la mayoría de físicos manejan y suelen reportar en los textos, a menudo no coincide con la historia real y resulta ser una racionalización *a posteriori* de procedimientos lógicos y reconstrucciones ideológicas, como si el desarrollo de la ciencia fuera un proceso puramente racional y los problemas y soluciones emergieran sólo del interior de la misma ciencia. Ya muchos historiadores han discutido que la ley de radiación de Planck no surgió debido al fracaso de la llamada fórmula de Rayleigh-Jeans, la teoría de la relatividad especial no surgió del fracaso de los experimentos de Michelson y Morley, o el concepto einsteiniano de cuánto de luz no se debió al umbral del efecto fotoeléctrico. Éste último por el contrario, fue predicho con base en la teoría de Einstein y verificado por Michelson, luego de 10 años de experimentos, contra lo que él mismo esperaba.

Entre las “falsedades” históricas podemos incluir la fórmula de Rayleigh-Jeans, en particular esta ecuación *no* estaba contenida en los trabajos de Rayleigh de 1900 [KLEIN, 1962; KANGRO, 1972; ARIAS, 2005]. El análisis que hace Kuhn de la verdadera historia de la fórmula de Rayleigh-Jeans es bastante detallado [KUHN, 1978, pp. 144-152], pero no lo suficientemente claro; él parece “interpretar” los aspectos oscuros de los trabajos de Rayleigh de 1900 a la luz de los trabajos independientes de Rayleigh y Jeans de 1905, lo que carece de rigor histórico y al parecer no ha sido percibido plenamente por la comunidad de físicos e historiadores de la ciencia. Por este motivo nos parece oportuno resumir de forma sencilla y cronológica cómo se desarrollaron las ideas de Rayleigh y Jeans, sin repetir los argumentos de Kuhn y sin profundizar en los estudios *paralelos e independientes* de Planck.

El interés, en particular en el “Año Mundial de la Física - 2005” en el que se conmemoran los conceptos revolucionarios de 1900-1905, reside en el hecho de que las investigaciones de Rayleigh y Jeans fueron un aspecto muy relevante de los últimos intentos de la “vieja” física, basada en el enfoque mecanicista del siglo 19, de explicar el conjunto de los fenómenos físicos conocidos; conviene recordar que en la primera

Conferencia de Solvay de 1911 Rayleigh (quien no pudo participar directamente) y Jeans fueron los únicos en defender el viejo enfoque.

Mientras se han reconstruido con gran detalle las investigaciones de Planck y Einstein, que rompieron con dicho enfoque y crearon las bases de las nuevas concepciones físicas, muchos aún consideran que la fórmula de Rayleigh-Jeans fue propuesta en 1900, con base en el teorema de equipartición de la energía. Las cosas fueron muy diferentes. Nuestro análisis nos lleva a concluir, que al parecer *ni Rayleigh ni Jeans buscaban en realidad la expresión general del espectro de radiación del cuerpo negro*: ellos sabían (después de octubre de 1900) que la ley de Planck reproducía los datos experimentales, pero por motivos distintos dudaban del procedimiento empleado. En particular, creemos poder afirmar que *los dos estaban más interesados en la validez del teorema de equipartición de la energía en cuanto tal (y por esto se interesaban en el intercambio de energía entre las moléculas y el éter), que en el espectro de la radiación, el cual en cierto sentido era un subproducto del problema anterior*. En todo caso su enfoque coincidía con el mecanicismo del siglo 19.

Es de anotar que la concepción mecanicista guardaba notables potencialidades para enfoques novedosos e interesantes sobre importantes problemas básicos, las cuales fueron olvidadas por varias décadas con el surgimiento y confirmación (algunas veces contrastados) de nuevos conceptos, lo cual confirma que el desarrollo de la ciencia depende fuertemente de factores externos.

A este respecto debemos subrayar un aspecto histórico relevante: la ruptura con el viejo enfoque científico se dio inicialmente en Alemania y países limítrofes, donde se inició la Segunda Revolución Industrial, que introdujo procesos y productos nuevos y conllevó la necesidad de nuevos enfoques [BARACCA, 2005]; de hecho, los primeros en operar este cambio fueron los químicos alemanes, por sus fuertes relaciones con los cambios productivos. En estos procesos económicos y sociales Inglaterra se encontraba atrasada y consecuentemente la ciencia británica, aunque hubiese superado con Maxwell y otros la metodología fenomenológica, mantuvo el enfoque mecanicista. Boltzmann, quien en este sentido fue una figura de transición, se encontró aislado en Alemania □ donde la teoría cinética sufrió fuertes ataques por los científicos tanto de la vieja generación (Ostwald, Mach, Helm) como de la nueva (Planck) □ pero debido al interés hacia el modelo cinético en Inglaterra, pudo desarrollar interesantes y profundas discusiones con físicos británicos.

## **2 - El debate sobre la equipartición de la energía a finales del siglo 19**

Es oportuno recordar brevemente la situación y algunos detalles de la Física a finales del siglo 19. El enfoque mecanicista había logrado resultados de importancia fundamental, pero había generado fuertes contradicciones [BARACCA, 2002]. Entre ellas, la relación entre los valores de los calores específicos, calculados por la teoría cinética con base en el teorema de equipartición de la energía, y los resultados experimentales, esto parecía inconsistente con el descubrimiento de los grados de libertad internos de los átomos y las moléculas. A finales del siglo 19 se desarrolló un intenso debate sobre el teorema de equipartición, el teorema H de Boltzmann, los fundamentos estadísticos de la teoría cinética y la teoría ergódica, que involucró, además de Boltzmann, únicamente a físicos británicos (Bryan, Burbury, Culverwell, Larmor, Rayleigh, Tait, Thomson, Watson). Esta discusión, que puede considerarse basada en el enfoque mecanicista, no podía atraer a los científicos (viejos y nuevos) que criticaban dicho enfoque y que dominaban en la Europa continental.

Entre los aportes de estos debates académicos nos limitaremos a recordar algunos. Thomson (Lord Kelvin) desarrolló modelos mecánicos muy complejos y artificiales para demostrar la falsedad de la equipartición [THOMSON, 1891, 1892], Boltzmann respondió [BOLTZMANN, 1893], demostrando que un tratamiento matemático riguroso de estos "contraejemplos" llevaba siempre al equilibrio, es decir tanto a la equipartición de energía como a la distribución de las velocidades de Maxwell.

Lord Rayleigh fue uno de los críticos del teorema de equipartición que él, en efecto, consideraba válido bajo condiciones restringidas; ésta parece haber sido su máxima

preocupación a lo largo de su investigación en los años siguientes. En la discusión él introdujo un primer elemento de aclaración, desplazando la atención de las consecuencias de la teoría a las premisas en que ésta se basaba [RAYLEIGH, 1892]. Maxwell había demostrado la equipartición refiriéndose a un conjunto de sistemas físicos, o de manera equivalente, bajo la hipótesis ergódica, a promedios temporales [MAXWELL, 1878]: el problema de su validez era equivalente a la validez de dicha hipótesis. Vale la pena reportar las principales consideraciones de Rayleigh sobre el tema:

“[...] la dificultad en la investigación de Maxwell está más en las premisas que en las deducciones. Es fácil proponer casos particulares en que la hipótesis [ergódica] es manifiestamente falsa. [...] El problema es en qué medida las consideraciones de Maxwell no justifiquen dejar estos casos como demasiado excepcionales para interferir con la proposición general que, en cada caso de su aplicación en física, es esencialmente de probabilidades.” [RAYLEIGH, 1892].

Rayleigh reconsideró el asunto ocho años más tarde [RAYLEIGH, 1900 a], confirmando sus dudas sobre la validez del teorema de equipartición, relacionadas con las consideraciones estadísticas de Boltzmann. Recordemos una observación de Rayleigh, que retomaremos al final:

“Si el argumento, como se ha planteado desde Maxwell, fuera válido, esta salida debe conllevar un rechazo del postulado fundamental de Maxwell como aplicable prácticamente a sistemas con un número inmenso de grados de libertad.” [RAYLEIGH, 1900 a, p. 118. Aquí y en las citas sucesivas la cursiva es nuestra.]

En cuanto al problema presentado con los calores específicos, Rayleigh concluía que debía tener raíces más profundas e implicar la revisión de algún principio básico:

“Encontramos aquí una dificultad fundamental relacionada no propiamente con la teoría de los gases, sino más bien con la dinámica general.” [RAYLEIGH, 1900 a, p. 117].

Podría decirse que Rayleigh tenía razón, ya que el problema de los calores específicos y los grados de libertad internos se habría resuelto en la teoría cuántica con los niveles discretos de energía, aunque él mismo se encontraba entre quienes no entendieron y no aceptaron esta nueva teoría.

### 3 - El problema del cuerpo negro en 1900

En primer lugar debemos recordar la ley general de Wien [WIEN, 1893], que establece las restricciones termodinámicas sobre la forma del espectro de radiación, en términos de la longitud de onda o de la frecuencia, respectivamente:

$$u(\lambda, T) \cdot d\lambda = T^5 \cdot f(\lambda \cdot T) \cdot d\lambda; \quad u(\nu, T) \cdot d\nu = \nu^3 \cdot g\left(\frac{\nu}{T}\right) \cdot d\nu \quad (1)$$

donde la función  $f(\lambda \cdot T)$  depende sólo del producto  $\lambda \cdot T$  y  $g(\nu/T)$  sólo de la relación  $\nu/T$ .

En cuanto a la forma explícita del espectro podemos decir, sin entrar en detalles, que alrededor de 1899 la expresión aceptada era la propuesta por Wien [WIEN, 1896; KUHN, 1978, 8-11], que Planck había fundamentado de forma más sólida [PLANCK, 1899; KUHN, 1978, 84-91]. Hay dos aspectos en esta ecuación que se deben distinguir en cualquier análisis del espectro de radiación: por un lado, la densidad de las ondas estacionarias en el intervalo elemental de frecuencia y por otro, el valor asignado a la energía  $\varepsilon$  del oscilador (que Planck llama  $U$  y que en la teoría actual resultará ser la energía media  $\bar{\varepsilon}$  de los modos normales), veamos los dos.

En primer lugar, la distribución espectral de la energía según la expresión de Wien es:

$$u(\lambda, T) \cdot d\lambda = \gamma \lambda^{-5} e^{-\delta/\lambda T} \cdot d\lambda \quad (2)$$

donde  $\gamma$  y  $\delta$  son constantes (aquí y en lo que sigue adoptamos para las constantes símbolos distintos a los empleados en otros trabajos, con el fin de evitar confusión con magnitudes como la velocidad de la luz  $c$ , u otras similares).

Planck inicialmente estableció la relación entre la densidad de la energía radiante  $u_\nu$ , de frecuencia  $\nu$  y la energía de los correspondientes osciladores, en la que aparece la densidad de las ondas estacionarias que acabamos de mencionar

$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \varepsilon_\nu \quad (3)$$

Es conocido que la que suele llamarse fórmula de Rayleigh-Jeans asigna simplemente a  $\varepsilon_\nu$  la expresión de la equipartición independiente de la frecuencia,  $kT$ , para todos los osciladores.

El segundo resultado de Planck en 1899 fue obtener □por medio del tratamiento de la relación entre la entropía y la energía de los osciladores□ la siguiente expresión:

$$\varepsilon_\nu = \beta\nu \cdot e^{-\alpha\nu/T} \quad (4)$$

siendo  $\alpha$  y  $\beta$  constantes. Con lo que la ecuación (3) resultaba ser la ley de Wien

$$u_\nu = \frac{8\pi\beta\nu^3}{c^3} e^{-\alpha\nu/T} = \frac{8\pi\beta}{\lambda^5} e^{-\alpha c/\lambda T} \quad (5)$$

que escribimos tanto en términos de la frecuencia como de la longitud de onda, para facilitar la comparación con los trabajos de Rayleigh.

En 1899 estas expresiones parecían confirmadas por los resultados experimentales. En *febrero* de 1900 (resaltaremos todas las fechas, para facilitar la comparación cronológica) Planck había relacionado la expresión (4) con la parametrización del orden más bajo de la relación entre la entropía  $S$  y la energía  $\varepsilon$  (que él llamaba  $U$ ) del oscilador [PLANCK, 1900 a; KUHN, 1978, 95-97].

$$\frac{\partial^2 S}{\partial \varepsilon^2} = -\frac{a}{\varepsilon} \quad (6)$$

Como es sabido, la situación cambió en *septiembre* de 1900, cuando nuevos resultados experimentales entraron en contradicción con la ley de Wien. Estos llevaron a Planck en *octubre* de 1900 [PLANCK, 1900 b] a modificar su parametrización (6) por

$$\frac{\partial^2 S}{\partial \varepsilon^2} = -\frac{a}{\varepsilon(\beta + \varepsilon)} \quad (7)$$

obteniendo en lugar de las ecuaciones (4) y (5), la conocida "ley de Planck", ley que él intentó fundamentar en su tercer trabajo de 1900 [PLANCK, 1900 c] introduciendo la "discretización" de la energía de los osciladores y sobre todo las expresiones estadísticas de Boltzmann que, como se ha mencionado, no había aceptado anteriormente [BARACCA, 2005].

#### 4 - El trabajo de Rayleigh en 1900 sobre el espectro de radiación

El camino de Rayleigh (y de Jeans) fue independiente de estos desarrollos. A continuación pretendemos mostrar que la principal preocupación de estos dos científicos fue el problema de la equipartición de la energía y que el espectro de radiación fue más bien un subproducto de sus investigaciones.

En 1900 Rayleigh publicó un trabajo muy breve, de dos páginas, expresamente sobre la ley de radiación en el fascículo de *junio* del *Philosophical Magazine* [RAYLEIGH, 1900 b]. Su argumento era sencillo y bastante especulativo como él mismo lo reconoce abiertamente y aunque Kuhn considere dicho trabajo "críptico e incompleto" [KUHN, 1978, 145], nos parece compatible con las leyes generales. En todo caso es necesario subrayar que *Rayleigh no pretende de ninguna forma proporcionar una solución general al problema*. Téngase en cuenta, además, que en aquella época la ley de Wien (2) parecía plenamente confirmada por los experimentos, los nuevos resultados

experimentales que generaron el trabajo de Planck, sólo fueron comunicados en *octubre*, así que no se hacía necesaria ninguna modificación.

A pesar de esto, en el trabajo antes mencionado Rayleigh trata un problema que la ecuación (2) parece presentar, su razonamiento comprende un aspecto formal y uno físico.

En cuanto al espectro de radiación él hace una observación interesante, manifestando que la expresión (2) presentaba un inconveniente: considerando el exponente  $-\frac{\delta}{\lambda T}$ , la energía no puede aumentar siempre, más bien debe dejar de crecer cuando  $\lambda T$  es grande con respecto a la constante  $\delta$ ; este *cut-off* depende evidentemente de la longitud de onda. En particular, Rayleigh evalúa que la intensidad infrarroja a  $60\mu$ , recientemente estudiada por Rubens, no debería seguir creciendo por encima de los 1000 K. A este respecto creemos conveniente añadir una observación. La existencia de un *cut-off* en la energía radiante emitida, aunque sea en un intervalo determinado de frecuencia, parece contradecir la ley de Stefan-Boltzmann: si cada frecuencia tuviera su temperatura propia de *cut-off*, esto debería traducirse en algún límite de la energía total, lo cual difícilmente concuerda con su dependencia de la cuarta potencia de la temperatura absoluta.

La búsqueda de Rayleigh de una solución nos muestra por un lado, el interés por fundamentar sus consideraciones sobre los límites de validez de la equipartición y por otro, las limitaciones del contexto en que él razona:

“El problema debe ser resuelto experimentalmente, pero mientras tanto me aventuro a sugerir una modificación de (2), que *a priori* me parece más probable. El análisis de este tema se complica por las dificultades introducidas por la doctrina de Maxwell-Boltzmann sobre la [equi]partición de la energía. [...] y si bien por alguna razón todavía no explicada esta doctrina no tiene validez universal, *parece posible que pueda aplicarse a las frecuencias más bajas.*” [RAYLEIGH, 1900 b].

Como primer paso para encontrar una solución al inconveniente que él había observado, Rayleigh utiliza su experiencia de investigación en acústica, haciendo un cálculo para las ondas estacionarias en tres dimensiones y aplicándolo a la radiación, concluye que la densidad de modos debe ser proporcional a

$$T\lambda^{-4} \cdot d\lambda \tag{8}$$

Y de aquí:

“Hay fundamentos para suponer que la expresión (8), mejor que  $\lambda^{-5} \cdot d\lambda$ , obtenida de (2), pueda ser la forma apropiada *cuando  $\lambda T$  es grande.*” [RAYLEIGH, 1900 b].

Resulta claro, pues, que Rayleigh no pretende encontrar una expresión general para el espectro, basado en su razonamiento él simplemente substituye (2) por la expresión

$$u(\lambda, T) \cdot d\lambda = \gamma\lambda^{-4} T \cdot e^{-\delta/\lambda T} \cdot d\lambda$$

(9)

Esto aunque no es correcto, tampoco es absurdo, pues el factor  $T$  impide el *cut-off* y “permite que la intensidad crezca con la temperatura para todas las longitudes de onda” [KUHN, 1978, 145]. La ecuación (9) no puede conducir a la llamada “catástrofe del ultravioleta”, expresión introducida por Ehrenfest en 1911.

En su trabajo Rayleigh no dio ninguna explicación fundamental para esta modificación heurística. Observamos que a pesar de la “justificación” que dio Rayleigh para la obtención de la expresión (8), la modificación para la ecuación (2) que él propone

consiste prácticamente en multiplicarla por  $\lambda T$ . Es de notar que  $\lambda T = \frac{cT}{\nu}$  es el

“invariante adiabático” de la ley general de Wien (1): la expresión (9) resulta por lo tanto perfectamente compatible con las leyes generales de la termodinámica. Naturalmente, la multiplicación por este factor modifica la ley específica del espectro y genera un problema de concordancia con los datos experimentales:

"No estoy en posición de decir si (9) describe los datos observados tan bien como (2)." [RAYLEIGH, 1900 b].

## 5 - La ley de Rayleigh y los experimentos

Según Kuhn, ya en *julio* de 1900, los experimentadores consideraron la ecuación (9) propuesta por Rayleigh; sus investigaciones que llevaron a la medida del espectro completo demostraron que efectivamente esta fórmula concordaba con los datos sólo para valores grandes de  $\lambda T$ , como lo pretendía Rayleigh. Después que Planck propuso su ecuación, se observó que la relación (9) sólo es válida en los intervalos en que coincide con aquella [KUHN, 1978, p. 147]. A partir de *octubre* de 1900 la fórmula de Rayleigh fue olvidada. Cabe subrayar que efectivamente Rayleigh, como hemos demostrado, nunca pretendió la validez general de su ecuación, él era consciente que a lo mejor podía ser válida "*cuando  $\lambda T$  es grande*"; dentro de estos límites podríamos decir que los experimentos la confirmaron. Veremos que esta condición siempre está presente en Rayleigh, supuestamente por razones relacionadas con los límites que él atribuía a la equipartición.

## 6 - El problema de los calores específicos y el espectro de la radiación (1900-1905)

Kuhn anota que "Lo que atrajo de nuevo a los físicos hacia el recuento de los modos de vibración de Rayleigh no fue en absoluto el problema del cuerpo negro, sino ciertas anomalías en el calor específico de los gases" [KUHN, 1978, p. 147]. Este parece pues haber sido el problema más importante para los físicos partidarios del enfoque clásico. Sobre las contribuciones de Rayleigh y de Jeans en este aspecto, entre 1901 y 1905, nos remitiremos directamente a Kuhn [KUHN, 1978, pp. 147-149], resaltando sólo las conclusiones más relevantes para el asunto que aquí consideramos.

### 6.1 - Rayleigh, 1905.

Por un lado a Rayleigh, que conoce como todos el éxito de la ley de Planck, no le queda más remedio que aceptar la conclusión de que la equipartición de la energía *no* es universalmente válida para la radiación y no debe aplicarse para longitudes de onda cortas:

"Por alguna razón los modos altos no logran imponerse." [RAYLEIGH, 1904-1905].

En su siguiente trabajo Rayleigh completó el cálculo de la densidad de los modos normales, obteniendo la misma expresión (3) [RAYLEIGH, 1905], pero aquí comete un error (en un factor 8), por haber tenido en cuenta todos los octantes de la esfera al contar los modos. Este error le impide establecer una comparación con la relación de Planck.

"El resultado es 8 veces más grande que lo encontrado por Planck." [RAYLEIGH, 1905].

En este trabajo, descontando el ya referido factor 8, aparece por primera vez la ecuación de Rayleigh-Jeans, pero no con la pretensión de ser la ley clásica para el espectro completo de la radiación, sino sólo su *aproximación en la región de grandes longitudes de onda*, lo cual estaba corroborado experimentalmente como límite de la ley de Planck, ya que sólo allí Rayleigh consideraba válida la equipartición. Rayleigh obtiene la siguiente relación:

$$u(\lambda, T) \cdot d\lambda = 128\pi \cdot \lambda^{-4} \varepsilon_v \cdot d\lambda \quad (10 a)$$

que, con  $\varepsilon_v = \frac{1}{2} kT$ , deviene en

$$u(\lambda, T) \cdot d\lambda = 64\pi \cdot \lambda^{-4} kT \cdot d\lambda \quad (10 b)$$

Como consecuencia del mencionado error numérico (64 en lugar de 8), Rayleigh se sorprende de "cómo otro procedimiento basado también en las ideas de Boltzmann pueda conducir a un resultado diferente" [RAYLEIGH, 1905] y concluye a este respecto que:

"Una comparación crítica de los dos procedimientos sería del máximo interés, pero como no he logrado seguir el razonamiento de Planck, no soy capaz de hacerlo." [RAYLEIGH, 1905].

En todo caso, esto parece confirmar cómo los físicos que Planck llamaba de la "vieja generación", encerrados en un enfoque clásico y mecanicista, no eran capaces de concebir los nuevos procedimientos "no mecánicos" que se estaban introduciendo y renovaban los métodos y conceptos de la Física.

La principal preocupación de Rayleigh seguía siendo el límite de validez de la equipartición, tal como lo había subrayado anteriormente:

"Me parece que tenemos que admitir el fracaso de la ley de equipartición en estos casos extremos" [RAYLEIGH, 1905].

Nos parece que aquí adquiere mayor claridad la observación que él había hecho en 1900 sobre el "número inmenso de grados de libertad":

"[...] el número de modos correspondientes a cualquier espacio *finito* ocupado por la radiación, es *infinito*. [...] esto es suficiente para mostrar que la ley de equipartición no puede aplicarse en este caso." [RAYLEIGH, 1905].

## 6.2 – Jeans, 1905.

La llamada ley de Rayleigh-Jeans tuvo otra interpretación muy diferente por parte de Jeans, quien no compartía la conclusión de Rayleigh. Jeans en efecto pensaba al contrario de Rayleigh, que la equipartición de la energía es universalmente válida *en equilibrio, pero que este estado puede que nunca se realice físicamente*. Jeans, desarrollando la idea expuesta por Boltzmann en 1895 para la excitación de los modos internos de las moléculas, que llevó a las dificultades con los calores específicos, planteó que la transmisión de la energía de los modos más bajos a los más altos de vibración del éter, podría tomar millones de años [JEANS, 1905 a].

En un segundo trabajo Jeans aplica este concepto expresamente a la ley de radiación [JEANS, 1905 b], estableciendo que la distinción fundamental se presenta entre el equilibrio y los estados físicos efectivos, que serían para él muy distintos. Entonces, *en equilibrio*, el espectro de la radiación asumiría la expresión de la llamada ley de Rayleigh-Jeans *para todas las frecuencias* y puede ser *la única solución compatible con la teoría clásica*:

"Asumiendo que el estado de equilibrio final entre las energías de la materia y del éter haya sido alcanzado." [JEANS, 1905 b, p. 545]

Corrigiendo el mencionado factor 8, Jeans obtiene

$$u(\lambda, T) \cdot d\lambda = 8\pi \cdot RT\lambda^{-4} \cdot d\lambda \quad (11)$$

pero lo más importante es su comentario:

"Es obvio que esta ley [...] no puede ser la verdadera ley de partición de la energía radiante que realmente ocurre en la naturaleza. La ley se obtiene de la suposición de haber llegado al estado de equilibrio estadístico entre las energías de las distintas longitudes de onda y de la materia; la inferencia que se debe hacer del fracaso de esta ley para representar la radiación natural, es que *en la radiación natural no se obtiene dicho estado de equilibrio*. Una situación análoga se presenta en la teoría de los gases. Según el teorema de equipartición de la energía, la energía de un gas será casi totalmente absorbida por los modos de vibración interna de sus moléculas, mientras se sabe que en la naturaleza sólo una fracción muy pequeña de la energía es poseída por estas vibraciones internas. Llegamos así a suponer que no hay un estado de equilibrio entre las vibraciones internas de las moléculas y su

energía de traslación; nosotros encontramos que la transferencia de energía desde los grados de libertad traslacionales a los vibracionales es tan lenta que los últimos no adquieren nunca la parte de energía que les corresponde por el teorema de equipartición, ya que la energía de dichas vibraciones es disipada tan rápidamente como es recibida de la energía traslacional de las moléculas. Una explicación parecida se sugiere en el caso de la partición de la energía radiante. [...] La energía radiante adquirida por el éter, tanto de corta como de larga longitud de onda, es reabsorbida por otros cuerpos o es irradiada en el espacio, de tal forma que *la partición de la energía realmente presente en el éter en cada instante es totalmente diferente a la predicha por la ley de equipartición.*

Desde esta visión, *la verdadera ley de radiación puede obtenerse sólo de un estudio del proceso de transferencia de energía de la materia al éter.*" [JEANS, 1905 b, pp. 545-546].

En conclusión, según Jeans, la ley (11) *no* coincidiría con el espectro experimental, porque con base en la consideración precedente, las situaciones físicas estudiadas en los experimentos sobre el cuerpo negro *no serían en absoluto casos de equilibrio.*

En las conclusiones Jeans observa que:

"Para valores pequeños de  $\lambda T$ , la forma de la función  $f(\lambda T)$  [en nuestra ecuación (1)] es tal que ella disminuye muy rápidamente cuando  $\lambda$  decrece y al final tiende a cero como la función  $\exp(-\delta/\lambda T)$ ." [JEANS, 1905 b, p. 552]. [Empleamos  $\delta$  en lugar del original  $c$ , para homogeneidad con nuestros símbolos].

Observemos que en este contexto, la expresión (2) podría tener una interpretación diferente a la de Wien. Justamente Kuhn menciona que, negando que los experimentos sobre la emisión del cuerpo negro tengan que ver con situaciones de equilibrio, *Jeans niega la relevancia misma de la termodinámica en el estudio de los resultados.* Esto marcará ulteriormente la ruptura de la nueva física con la tradición del siglo 19, ya que, en efecto, los estudios de Planck se basaban precisamente en un tratamiento termodinámico, como ya han aclarado desde décadas las reconstrucciones históricas de Martín Klein [KLEIN, 1962, 1966; BARACCA, 2005].

## 7 - Conclusiones

Un primer comentario que nos parece oportuno es el siguiente: actualmente, algunos textos de física mencionan que la ley de Rayleigh-Jeans conlleva la llamada "catástrofe del ultravioleta" a bajas frecuencias, pero parece claro que *ninguno de los dos autores* (Rayleigh o Jeans) *hayan pensado que la equipartición pudiese reproducir el espectro experimental de emisión del cuerpo negro.*

La contradicción de fondo con la teoría clásica, en definitiva parece ser que por un lado Rayleigh no creía en la validez absoluta de la equipartición, y pensaba que en el caso de la radiación podía ser válida únicamente para longitudes de onda largas, mientras que Jeans pensaba que la equipartición era una ley absoluta y universal en equilibrio, pero que la radiación del cuerpo negro no se producía en estado de equilibrio y por esto no podía satisfacer aquella ley.

Parece entonces que la llamada ley de Rayleigh-Jeans nunca fue propuesta con la pretensión de que pudiese ser la ley general del espectro de la radiación del cuerpo negro establecido experimentalmente. En efecto, desde *octubre* de 1900 todos (incluidos Rayleigh y Jeans) sabían perfectamente que esta fórmula no representaba los datos experimentales; en 1905 los experimentadores ni siquiera consideraron la ecuación de Jeans. Kuhn concluye que: "La ley de Rayleigh-Jeans y lo que dio en llamarse la "catástrofe del ultravioleta" no planteaban todavía problemas, salvo para dos o tres físicos" [KUHN, 1978, p. 152].

A la luz de las interpretaciones de Rayleigh y de Jeans, quizá podríamos formular una pregunta más radical: "¿Existió alguna vez la ecuación de Rayleigh-Jeans?" (en cuanto expresión para representar los datos experimentales sobre el espectro de emisión del cuerpo negro). O tal vez, la ecuación de Rayleigh-Jeans ha sido una racionalización posterior para justificar la ruptura operada por Planck en 1900, reconduciendo esta ruptura, única y forzosamente, a la dinámica interna y "lógica" del desarrollo de la ciencia.

En cuanto a la equipartición, son oportunas dos observaciones, que de alguna forma hacen más actuales las opiniones de Rayleigh y de Jeans.



En primer lugar, el teorema de equipartición está demostrado para la dinámica molecular, que analiza problemas con un número *finito*, aunque muy grande, de grados de libertad. No existe una demostración satisfactoria del teorema para un sistema con un número *infinito* de grados de libertad, como es el caso del campo electromagnético: si se analiza el campo en términos de sus modos normales, se encuentra que es equivalente a un número *infinito* de osciladores. Creemos poder afirmar que actualmente nadie sabe cómo se repartiría la energía, en equilibrio, entre un número infinito de grados de libertad: la catástrofe del ultravioleta parece demostrar que dicha repartición *no* es la equipartición.

En segundo lugar, es interesante recordar que en el contexto de las llamadas "modernas teorías del caos" ha sido retomada la idea de Boltzmann, reconsiderada por Jeans, donde el intercambio de energía entre los osciladores materiales y el campo puede ser un proceso extremadamente lento y por tanto la equipartición se establecería efectivamente en un tiempo muy largo [GALGANI y SCOTTI, 1972; GALGANI, 1975; BALDAN y BENETTIN, 1991; BENETTIN *et al.*, 1993, 1997; DAUXOIS *et al.*, 2002].

## Referencias

- ARIAS ÁVILA, N. (2005) "Planck y la catástrofe del ultravioleta", en *Libro de Actas III Taller Iberoamericano de Enseñanza de la Física Universitaria*, La Habana, 2003. Publicaciones Universidad de Córdoba, p. 259 - 263.
- BALDAN, O., and BENETTIN, G. (1991) "Classical 'freezing' of fast rotations. A numerical test of the Boltzmann-Jeans conjecture", *J. Stat. Phys.*, **62**, 201-219.
- BENETTIN, G., CARATI, A. and SEMPIO, P. (1993) "On the Landau-Teller approximation for energy exchanges with fast degrees of freedom", *J. Stat. Phys.*, **73**, 175-192.
- BENETTIN, G., CARATI, A. and GALLAVOTTI, G. (1997) "A rigorous implementation of the Jeans-Landau-Teller approximation for adiabatic invariants", *Nonlinearity*, **10**, 479-505.
- BARACCA, A. (2002) "El desarrollo de los conceptos energéticos en la mecánica y la termodinámica desde mediados del siglo XVIII hasta mediados del siglo XIX", *Llull*, **25**, 285-325.
- BARACCA, A. (2005) "1905, *annus mirabilis*: the roots of the 20<sup>th</sup> century revolution in physics and the take-off of the quantum theory", *Llull*, in press.
- BOLTZMANN, L. (1893) "On the equilibrium of vis viva", *Phil. Mag.*, **35**, 153-173.
- DAUXOIS, T., RUFFO, S., ARIMONDO, E. and WILKENS, M., Eds. (2002) *Dynamics and Thermodynamics of Systems with Long-Range Interactions*, Springer-Verlag.
- GALGANI, L. (1975) "Meccanica classica e meccanica quantistica", *Scientia*, **110**, 469.
- GALGANI, L. and SCOTTI, A. (1972) "Recent progress in classical nonlinear dynamics", *Rivista del Nuovo Cimento*, **2**, 189.
- JEANS, J.H. (1905 a) "The dynamical theory of gases and of radiation", *Nature*, **72**, 101-102.
- JEANS, J.H. (1905 b) "On the laws of radiation", *Proc. Roy. Soc. London*, **76**, 545-552.
- KANGRO, H., ed. (1972) *Original Papers in Quantum Physics*, German and English Edition, London, Taylor & Francis.
- KLEIN, M.J. (1962) "Max Planck and the beginnings of quantum theory", *Archive for History of Exact Sciences*, **1**, 459-479.
- KLEIN, M.J. (1966) "Thermodynamics and quanta in Planck's work", *Physics Today*, **19** (November 1966), 23-32.
- KUHN, T.S. (1978) *Black-body Theory and the Quantum Discontinuity (1894-1912)*, Oxford University Press Inc.; traducción al Español, *La teoría del cuerpo negro y la discontinuidad cuántica, 1894-1912*, Alianza Editorial, Madrid (1980).

- MAXWELL, J.C. (1878) *Cambridge Phil. Trans.* (6 de mayo), reimpresso en *The Scientific Papers of J. C. Maxwell*, Cambridge University Press, 1890, Vol. 2, 713.
- PLANCK, M. (1899) "Über irreversible Strahlungsvorgänge. Fünfte Mitteilung (Schluss)", *Berl. Ber.*, 440-480.
- PLANCK, M. (1900 a) "Entropie und Temperatur strahlender Wärme", *Ann. d. Phys.*, **1**, 719-737.
- PLANCK, M. (1900 b) "Über eine Verbesserung der Wien'schen Spektralgleichung", *Verhandl. d. Deutsch. Physik Gesellschaft*, **2**, 202-204.
- PLANCK, M. (1900 c) "Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspektrum", *Verhandl. Deutsch. Physik Gesellschaft*, **2**, 237-245; English translation in KANGRO [1972], 40-44.
- RAYLEIGH, Lord (1892) "Remarks on Maxwell's investigation respecting Boltzmann's theorem", *Phil. Mag.*, **33**, 356-359.
- RAYLEIGH, Lord (1900 a) "The law of partition of kinetic energy", *Phil. Mag.*, **49**, 98-118.
- RAYLEIGH, Lord (1900 b) "Remarks upon the law of complete radiation", *Phil. Mag.*, **49**, 539-540.
- RAYLEIGH, Lord (1904-1905) "The dynamical theory of gases", *Nature*, **71**, 559.
- RAYLEIGH, Lord (1905) "The dynamical theory of gases and radiation", *Nature*, **72**, 54-55.
- THOMSON, W. (Lord Kelvin) (1891) "On some test-cases for the Maxwell-Boltzmann doctrine regarding distribution of energy", *Proc. Roy. Soc.*, **50**, 79-88, y *Nature*, **44**, 355-366.
- THOMSON, W. (Lord Kelvin) (1892) "On a decisive test-case disproving the Maxwell-Boltzmann doctrine regarding distribution of kinetic energy", *Proc. Roy. Soc.*, **51**, 397-399, y *Phil. Mag.*, **33**, 466-467.
- WIEN, W. (1893) "Eine neue Beziehung der Strahlung schwarzer Körper zum zweiten Hauptsatz der Wärmetheorie", *Berl. Ber.*, 55-62.
- WIEN, W. (1896) "Über die Energievertheilung im Emissionsspectrum eines schwarzen Körpers", *Ann. d. Phys.*, **58**, 662-669.