

LA MATEMÁTICA EN BIOFÍSICA

Joaquín GONZÁLEZ ÁLVAREZ

En la Biofísica y disciplinas afines, ciencias aplicadas que en los últimos tiempos han dado un importante aporte al basamento de los modernos procedimientos de investigación en medicina y biología en general, la Matemática desempeña un papel fundamental como idóneo medio de expresión del desarrollo de los razonamientos y sobre todo como método excepcional de empleo del raciocinio.

Por tal motivo en los planes universitarios de carreras como Medicina y Biología se incluyen las asignaturas de Cálculo, Ecuaciones Diferenciales, Álgebra Lineal y hasta Lógica Matemática, indispensables para el estudio y posterior ejercicio sobre todo de especialidades tales como Neurofisiología, Radiología, Medicina Nuclear, Oftalmología, Optometría y otras.

Como un ejemplo entre los muchos que se pudieran exponer, de la aplicación de la Matemática a la Biofísica, a continuación tratamos de forma concisa y elemental el proceso de propagación del impulso nervioso.

La excitación nerviosa se propaga por la fibra nerviosa por los axones, esto es, la señal es conducida por esta fibra que a manera de apéndice sale del cuerpo de la célula nerviosa o neurona. El impulso nervioso es un proceso biológico de índole eléctrico y en este trabajo nos proponemos estudiarlo atendiendo casi exclusivamente al punto de vista fisicomatemático. Para ello resulta conveniente recordar conceptos propios de la teoría de la electricidad que harán falta para mejor entendimiento.

Dado que en los nervios y músculos se producen diferencias de potenciales eléctricos (voltajes) entre puntos de esos componentes del organismo comenzaremos por recordar que cuando entre dos puntos se establece una diferencia de potencial φ , entre ambos puede establecerse una corriente de uno a otro de intensidad I , la cual por la ley de Ohm vendrá dada por la fórmula:

$$I = g\varphi \quad [1]$$

donde g es la conductividad eléctrica.

Adelantemos como se establece una corriente I en la membrana del axón. Representémonos para todo lo que sigue, al axón como un tubo en posición horizontal.

La paredes de la membrana en estado de reposo (sin excitación) estarán en contacto con iones Na y K. En el exterior habrá significativamente mayor cantidad de Na que de K y al contrario en el interior. Antes de la excitación no habrá diferencia de potencial φ y por tanto por [1] no habrá corriente I y en consecuencia no habrá impulso nervioso. En la excitación y comienzo del impulso nervioso se producirá como se verá más adelante un desbalance de iones Na y K a ambos lados de la membrana lo cual ocasiona una diferencia de potencial (potencial de acción) φ y por consiguiente aparecerá la corriente I y por ende la propagación del impulso por la membrana (no por el axoplasma) a lo largo del axón.

La membrana del axón con su conformación por dos superficies paralelas separadas a una distancia de 5 nanómetros conteniendo entre ellas una capa de lípidos, constituyen un condensador eléctrico, como pudieran ser en un aparato eléctrico dos placas metálicas paralelas con un aislador en el medio. Debe recordarse que la capacidad C de un condensador viene dada por la fórmula:

$$C = \frac{q}{\varphi}$$

donde q es la carga eléctrica del condensador. Como $q = It$ donde t es el tiempo se tendrá:

$$I = \frac{C\varphi}{t}$$

y tomando diferenciales: para un potencial que, como en el caso que nos ocupa, varía con el tiempo:

$$I = C \frac{d\varphi}{dt} \quad [2]$$

que es la llamada corriente capacitiva.

Los axones que más interesan tratar en este trabajo están cubiertos por una capa de una sustancia llamada mielina. Esa capa está interrumpida cada tramo de 1 a 2 milimilímetros de largo por unas aberturas de 1 micra de longitud llamadas nódulos de Ranvier los cuales constituyen el único contacto de la membrana del axón con el medio exterior a éste.

Al producirse la excitación, a nivel de nódulo de Ranvier (únicos puntos del axón no aislados por la mielina), la membrana se hace permeable para los iones Na (apertura del canal iónico para el Na), por lo cual pasan a aumentar la concentración de ese ión en el interior ocurriendo lo contrario con el ion K ocurriendo que el interior al principio negativo pase a ser positivo y se produzcan las corrientes iónicas I_{Na} y I_K Durante este proceso se originan corrientes que se cierran a través del medio exterior. Estas corrientes excitan la siguiente sección del axón y así se va propagando el impulso nervioso en virtud del desplazamiento del potencial y con él, la corriente I que vendrá dada por la suma de la corriente capacitiva [2] y la debida a la variación de densidad de iones a un lado y al otro de la membrana I_i :

$$I = C \frac{d\varphi}{dt} + I_i \quad [3]$$

A su vez I_i será la suma de la corrientes $I_{na} = g_{na}(\varphi - \varphi_{na})$ en virtud de [1] mas I_k y la llamada corriente de escape I_e debida a otros iones todas ellas con fórmulas similares a la de I_{na} .

Examinemos ahora un tramo del axón de longitud l , radio a de la sección transversal y resistencia R . Se cumplirá que la divergencia de la corriente longitudinal será igual a la corriente de membrana en el tramo:

$$\frac{\pi a^2}{R} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} l = 2\pi a l I$$

de donde:

$$I = \frac{a}{2R} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}$$

Pero, por la ecuación de onda, ya que la propagación es ondulatoria:

$$I = \frac{a}{2R} \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \quad [4]$$

Poniendo [4] en [3] tendremos una fórmula en la que en el primer miembro aparece en el denominador la velocidad v del impulso en su propagación por el axón, por lo que esa fórmula nos permitirá calcular la velocidad de esa propagación del impulso nervioso.

Mediante esta fórmula desde los estudios de Hodgkin y Huxley hasta nuestros días se han hecho cálculos que han dado para la velocidad de propagación del impulso nervioso en el calamar gigante tomado para el experimento por sus características apropiadas, valores próximos a 18,8 m/seg. y en modelos eléctricos y maquetas que simulan el proceso se ha hallado el valor de 21 m/seg.

Hemos dado una idea de cómo los métodos fisicomatemáticos, los aquí presentados y otros, constituyen valioso instrumento para la investigación y explicación de los procesos neurofisiológicos que coadyuvan al perfeccionamiento de los métodos de la medicina moderna.

Como antes dijimos incontables ejemplos pudiéramos poner. La Matemática estará presente en todo tratamiento profundo de temas como la Termodinámica de No-Equilibrio que trata procesos biológicos que parecen violar la Segunda Ley como la síntesis de las proteínas. Temas de la Evolución Biológica en los cuales habrá que dominar el tratamiento de los Sistemas Dinámicos Lineales y No-lineales, necesitarán del conocimiento del Cálculo, de las Ecuaciones Diferenciales y del Álgebra Lineal. Estará presente la Matemática en el importante tema de la Genética.

Se hace pues necesario incentivar desde los primeros niveles de enseñanza el interés por saber matemáticas, presentando a los estudiantes tanto su importancia como su indiscutible belleza.

Bibliografía

Larson, R. et al. (2006). Cálculo II de varias variables. 8va. ed. Madrid. Mc.Graw Hill.
Serway, R. A., J. W, Jewett, Jr. (2004). Phisycs. Belmont. Thomso. Brooks/Cole.
Volkenshtein, M.V. (1985) Biofísica. Moscú. Mir.

Joaquín GONZÁLEZ ÁLVAREZ
j.gonzalez.a@hotmail.com