ATRACCIÓN GRAVITATORIA Y RELATIVIDAD GENERAL

Por Joaquín González Álvarez

RESUMEN
Se presenta la obtención de la Ley de Gravitación de Newton a partir de la Ecuación de la Teoría General de la Relatividad a la vez que se señala cómo en algunas expresiones matemáticas del desarrollo aparecen implícitas algunas características del espacio-tiempo.

ABSTRACT
The Newton Gravitational Law is exposed from the General Relativity Theory Equation and at the same time is remarked how in something mathematical expressions are implicit something space-time features

1. Introducción

.
En este trabajo nos acercamos a una aplicación de los procedimientos de la Física Teórica a la obtención de expresiones matemáticas elementales importantes como es el caso de la Ley de Gravitación de Newton, en nuestro caso a partir de la ecuación fundamental de la Teoría General de la Relatividad (TGR) a la vez que señalamos como, de cierta manera en las relaciones matemáticas que van apareciendo en el desarrollo, se encuentran implícitas determinadas características del espacio-tiempo que la TGR pone de manifiesto.

2. Desarrollo

La ecuación de la TGR (ecuación del campo gravitatorio), se escribe de la siguiente forma:

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8\pi k}{c^2} . T_{ik} \qquad (1)$$

donde R_{ik} tensor de Ricci, g_{ik} tensor métrico, T_{ik} tensor energía-impulso, R curvatura escalar del espacio, k constante gravitatoria. Debe tenerse presente que aunque la R es inicial de radio en varios idiomas, en las ecuaciones de la TGR está relacionada con curvatura.

Se utilizan tensores debido a que las leyes de la naturaleza deben describirse de una forma común en cualquier sistema tetradimensional de coordenadas, quiere decir, en forma covariante.

La ec.(1) puede transformarse mediante la siguiente sustitución, en la cual se advierte la dependencia de la curvatura del espacio de las características mecánicas implícitas en *T* y por ende de la masa:

$$R = -\frac{8\pi k}{c^4}T$$

Quedando en la forma:

$$R_{ik} = \frac{8\pi k}{c^4}\left(T_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}T\right). \qquad (2)$$

Veamos la aplicación de (2) al caso no relativista de velocidades pequeñas y campo gravitatorio débil. En este caso la lagrangiana tendrá la forma:

$$L = -mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 - m\varphi$$

Donde φ potencial gravitatorio función de las coordenadas y el tiempo que caracteriza al campo.

La acción *S* no relativista para una partícula en un campo gravitatorio es:

$$S = \int L.dt = -mc\int\left(c - \frac{v^2}{2c} + \frac{\varphi}{c}\right)dt$$

Comparando este resultado con $S = -mc\int ds$ donde ds es el intervalo:

$$ds = \left(c - \frac{v^2}{2c} + \frac{\varphi}{c}\right).dt$$

Elevando al cuadrado, para v/c tendiendo a cero y tomando vdt = dr, se tiene:

$$ds^2 = c^2.\left(1 + \frac{2\varphi}{c^2}\right)dt^2 - dr^2$$

lo cual comparado con la expresión general del intervalo $ds^2 = -g_{00}.c^2.dt^2 - dr^2$ obtenemos que:

$$g_{00} = -1 - \frac{2\varphi}{c^2} \qquad (3)$$

En cuanto al tensor T_{ik} se tendrá que en nuestro caso $T_{ik} = T = -\mu.c^2$ (4)

Poniendo (4) así como $g_{ik} = 1$ en (2):

$$R_{00} = \frac{4\pi k}{c^2 \mu} \qquad (5)$$

Por otra parte se sabe que para nuestro caso $R_{00} = \partial\Gamma_{00} / \partial x$ (6) (donde Γ_{00} símbolo de Christoffel) y $\Gamma_{00} = -\frac{1}{2} . \frac{\partial g_{00}}{\partial x}$ se tendrá poniendo (3) en esto, que:

$$\Gamma_{00} = \frac{1}{c^2} . \frac{\partial \varphi}{\partial x} \qquad (7)$$

Expresión que nos permite darnos cuenta de que los símbolos de Christofell al depender de la derivada del potencial vienen a ser componentes de la fuerza gravitatoria. Vemos también por (6) la dependencia entre la curvatura y la fuerza gravitatoria mediante Γ una de las consecuencias mas notables de la TGR, dependencia que en vano trató Einstein de generalizar al campo electrodinámico y otros, algo que a muchos nos hubiera complacido por su gran carga estética. Otros físicos como Kaluza, Klein y Wheeler, como Einstein han trabajado en la geometrización de los campos, sin lograr la buscada unificación, pero sus aportes se emplean con igual fin en la actual teoría de las cuerdas con prometedores resultados.

Poniendo (7) en (6):

$$R_{00} = -\frac{1}{c^2} . \frac{\partial^2 \varphi}{\partial^2 x^2} \qquad (8)$$

Por (5) y (8):

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial^2 x^2} = 4\pi k \mu \qquad (9)$$

que es análoga a la ecuación de Poisson de la electrodinámica.

La solución del análogo de (9) para la carga eléctrica es $\varphi = const. q / r$ y por analogía en nuestro caso gravitatorio será $\varphi = -k . m / r$ (10) y siendo la fuerza $F = -m' . \partial\varphi / \partial r$, tenemos finalmente:

$$F = -k \frac{mm'}{r^2}$$

Que es la conocida ley de la gravitación universal de Isaac Newton. Vemos así una demostración de cómo las ecuaciones de la TGR de Albert Einstein, lógicamente, dan para el caso particular de pequeñas velocidades y débiles campos, el resultado previsto por los métodos de la mecánica newtoniana.

También podemos ver de (10) y (8) que cuando no hay presente masas se cumple que R00 = 0, Esto no quiere decir que en este caso el espacio es plano, pero nos va acercando a algo que si se cumple para cuando un tensor también de curvatura llamado de Riemann, mas general que el de la igualdad anterior, se iguala a cero.

3. Conclusiones.

Hemos visto como el formalismo matemático que hemos empleado nos da una idea de la relación geometría- gravedad, importante derivación de la TGR.

La dependencia geometría- gravedad de cierta forma puesta de manifiesto en algunas de las expresiones matemáticas que hemos visto, permite una aproximación al hecho de que una masa produce una curvatura en el espacio- tiempo plano, una imagen de lo cual la da la curvatura que un cuerpo pesado provoca al colocarse sobre una lámina de goma estirada. La curvatura debida a una masa en el espacio-tiempo provoca el que un cuerpo que antes de la presencia de la masa en cuestión, al moverse por esa región lo hiciera siguiendo una línea recta, euclídea, por efecto de la curvatura provocada, desvíe su trayectoria siguiendo la trayectoria curva de un segmento de geodésica, camino mas corto (o mas largo) entre dos puntos en el espacio curvo riemanniano, tendiendo a acercarse a la masa que produjo la curvatura. Esto explica el que un rayo de luz al pasar cerca de un cuerpo de gran masa curva su trayectoria hacia éste, hecho que la teoría newtoniana no podría justificar..

BIBLIOGRAFÍA

-**González,J y R.Ávila**. La Ciencia que Emerge con el Siglo..La Habana 2005.
-**Green,B**.The Elegant Universe. New York, 1999.
-**Einstein, A**. The Meaning of Relativity. MJF Books. New York. 1984.
-**Hawking-Penrose**.The Nature of Space and Time. Princenton University Press. New Jersey. 2000.
-**Landau,L., E.Lifshitz**. Teoría Clásica de los Campos.. Reverté. Barcelona.1966.
-**Las Ideas Básicas de la Física**. Ediciones Pueblos Unidos. Montevideo.1958.
-**Page,L.,M.Alonso**. Física Teórica. Cultural S.A.. La Habana. 1945.

Joaquín GONZÁLEZ ÁLVAREZ
joaquin.gonzalez@cristal.hlg.sld.cu