Gravedad cuántica de lazos

Jorge Pullin

La gravedad cuántica de lazos es uno de los enfoques que se están estudiando para aplicar las reglas de la mecánica cuántica al campo gravitatorio descrito por la teoría de la Relatividad General de Einstein. Presentamos un resumen introductorio de las principales ideas y resultados recientes.

De acuerdo a nuestro entender moderno, existen cuatro interacciones fundamentales en la naturaleza: fuerte, débil, electromagnética y gravitatoria. Las interacciones fuertes, débiles y electromagnéticas son importantes en el dominio atómico y subatómico. Sabemos que en dichos dominios es necesario apelar a la teoría cuántica para tener una descripción correcta de la naturaleza. La fuerza gravitatoria, por otro lado, es irrelevante a nivel atómico y subatómico. La misma es importante a nivel macroscópico, en particular a nivel astronómico. En dichas escalas la descripción clásica parece ser suficiente. Es por ende lícito preguntarse: ¿hace falta cuantizar la gravedad? La respuesta es afirmativa, dado que no sabemos cómo acoplar en forma consistente teorías clásicas y cuánticas. Como es bien sabido, la imagen de la realidad provista por la teoría cuántica es muy distinta de la clásica. En particular, existen propiedades de sistemas que no están definidas hasta que uno mide el sistema. Eso dificulta acoplar sistemas clásicos y cuánticos. Para mayores detalles ver el articulo de Carlip (2008).

O sea, que no hay necesidad experimental de cuantizar la gravedad pero sí necesidad conceptual. Eso sugeriría que debería ser muy fácil proponer teorías cuánticas de la gravedad, dado que no hay evidencia experimental que les imponga restricciones. Sin embargo, no es así. Han probado ser muy difíciles de construir. La razón de ello es que el entendimiento moderno de la gravedad, provisto por la teoría de la Relatividad General de Einstein, indica que la gravedad no es en realidad una fuerza sino una deformación del espacio-tiempo. En esta concepción, la Luna no desarrolla una orbita alrededor de la Tierra porque actúa sobre ella una fuerza, sino porque la presencia de la Tierra distorsiona el espacio-tiempo en su vecindad y la trayectoria más natural no es una línea recta sino una orbita como la que se observa. La Relatividad General es extremadamente exitosa experimentalmente. Roger Penrose (1996) ha observado que la predicción de la orbita del pulsar binario PSR1913+16 es de una parte en 10^{14}, lo cual constituye la predicción teórica confirmada experimentalmente con mayor precisión en toda la física. O sea, que es inevitable tomar la teoría muy en serio a la hora de su cuantizacion.

Esto es lo que hace el problema de la gravedad cuántica tan único. Nunca antes nos habíamos enfrentado con la cuantizacion de una geometría. Siempre se había confrontado el cuantizar fuerzas entre partículas que viven en una geometría física. Cuando el objeto central de una teoría es la geometría misma, los puntos del espacio-tiempo son indistinguibles entre sí hasta que uno asigna una geometría dada, debido a que no hay manera de identificar los puntos en la ausencia de una geometría. Esto indica que este tipo de teorías es invariante ante redistribuciones (continuas) de los puntos. Esto se conoce técnicamente como invariancia ante difeomorfismos. Y es lo que subyace latente al hecho de que las ecuaciones de la Relatividad General sean invariantes ante cambios generales de coordenadas. Nunca antes habíamos confrontado la cuantizacion de teorías invariantes ante difeomorfismos. Sólo en las ultimas dos décadas se ha experimentado con teorías de este tipo, pero con ejemplos mucho más sencillos en su dinámica que la de la Relatividad General.

Aun ignorando estos asuntos conceptuales, existen problemas prácticos para cuantizar la gravedad. Las dos técnicas más importantes que se usaron para cuantizar las interacciones electrodébil y fuerte, el uso de teoría de perturbaciones y el uso de teoría de campos en el retículo, no funcionan en el caso de la gravedad. Los retículos chocan con la invariancia bajo difeomorfismos, dado que introducen una estructura rígida a priori que impide reasignar los puntos del espacio(tiempo). El enfoque perturbativo se enfrenta al problema de que la constante de acoplamiento de la gravedad no es adimensional sino que tiene dimensiones de longitud al cuadrado (las dimensiones de la constante de Newton en unidades naturales donde $\hbar$=c=1). Cuando uno hace perturbaciones aparecen diagramas de Feynman que involucran integrales en momento. Para mantener las expresiones dimensionalmente homogéneas, la presencia de una constante de acoplamiento dimensional implica que las sucesivas integrales en las potencias de la constante de acoplamiento en la serie perturbativa requieren potencias del momento cada vez más altas en el numerador, lo que las hace progresivamente más y más divergentes. Las divergencias en teoría cuántica de campos se suelen eliminar redefiniendo las constantes de acoplamiento a través del procedimiento conocido como renormalización. Sin embargo, debido al progresivo deterioro de las integrales en el caso de la gravedad, uno rápidamente se queda sin constantes para absorber las divergencias. Se podrían agregar contratérminos en la acción para corregir la situación, pero requeriría el uso de un numero infinito de los mismos, lo que hace que la teoría no tenga poder predictivo. Se requerirían infinitos experimentos para determinar todos los términos.

Estos problemas llegaron a un punto muerto hacia la década de los 70, que llevó a dos perspectivas sobre el problema. Una porción de físicos considera que los problemas indican que la teoría de Einstein no es fundamental sino una aproximación a bajas energías de una teoría más fundamental y es esta última la que es renormalizable. Un ejemplo de esto es provisto por la teoría de Fermi de las interacciones débiles que también es no renormalizable y que resulta ser una aproximación de bajas energías de la teoría electrodébil, que sí lo es. Este grupo de físicos ha estado tratando durante las ultimas cuatro décadas de encontrar dicha teoría subyacente. El ejemplo moderno más acabado de este enfoque son las teorías de (super) cuerdas.

Otro grupo de físicos considera que es prematuro abandonar la teoría de Einstein, fundamentalmente debido a lo distinta que es a todas las otras interacciones. Se considera que hay que examinar con más cuidado las técnicas de cuantización. Hay varios ejemplos de este enfoque, por ejemplo, gente que considera que hay que hacer teoría de perturbaciones de forma distinta, en el enfoque llamado Asymptotic Safety. O el uso de teorías en el retículo distintas a las usuales llamadas Causal Dynamical Triangulations. O el uso de conjuntos parcialmente ordenados, Partial Ordered Sets. La Gravedad Cuántica de Lazos forma también parte de este grupo de enfoques. De ella nos ocuparemos en este artículo.

La Gravedad Cuántica de Lazos ve su origen cuando Abhay Ashtekar (1986) notó que se podía reescribir la teoría de Einstein en términos de variables similares a las que se usan para describir las teorías de Yang-Mills que describen la interacción fuerte y la electrodébil. Inicialmente esto llevó a una gran esperanza de que las técnicas usadas para cuantizar dichas teorías se podrían importar de esta manera a la Relatividad General. Pero como argumentamos antes, dicha teoría es muy distinta a las otras teorías aun cuando uno la reescriba en términos de variables parecidas. Al final no muchas técnicas pudieron ser importadas, pero una sí lo fue: el uso de variables de lazos.

La mayoría de los físicos no está acostumbrado a tratar con funciones de lazos, lo cual puede llevar a confusión. La manera mas sencilla de entender los lazos es pensar en el teorema de Stokes. El mismo nos dice que si uno conoce la circulación de un potencial vector (una "función de lazo" en el sentido que depende de una curva cerrada) uno conoce el flujo magnético en las áreas que tienen al "lazo" como frontera. No es difícil convencerse de que si uno supiera el valor de la circulación para todos los lazos posibles, uno puede reconstruir el campo magnético (simplemente tómense lazos pequeños para los que el flujo es proporcional al campo en un punto). Resulta que existen resultados similares para teorías de Yang-Mills. Estas últimas son generalizaciones del electromagnetismo con múltiples campos y potenciales vectores que interactúan entre sí. A través de la conexión con Yang-Mills que Ashtekar planteo para la gravedad se pueden usar funciones de lazo para describir los estados cuánticos de la gravedad. Los primeros en proponer representaciones cuánticas de este tipo fueron Gambini y Trias (en esa época en Venezuela) para las teorías de Yang-Mills al comienzo de los 80 y para la gravedad en términos de variables de Ashtekar por Rovelli y Smolin en 1988.

Pero nuevamente el lector podrá preguntarse: esto es otro cambio de variables, ¿qué puede aportar conceptualmente? En sí, nada. Pero cambios de variables suelen ofrecer nuevas perspectivas sobre problemas. En primer lugar, es de hacer notar que debido a la simetría de la teoría bajo difeomorfismos uno necesita considerar funciones de lazos que sean invariantes bajo deformaciones continuas de los lazos. Este tipo de funciones está bien estudiada matemáticamente, se conocen como "invariantes de nudos". En segundo lugar, Ashtekar y Lewandowski (1995) introdujeron un producto interno en este espacio, tornándolo un espacio de Hilbert. El producto interno escrito en términos de funciones de lazos es muy sencillo. Dos estados son ortogonales si sus lazos no se pueden deformar continuamente uno al otro. Y su producto interno es uno si lo son. Esto puede parecer increíblemente sencillo, pero Ashtekar y Lewandowski mostraron que si uno traduce de vuelta al lenguaje de potenciales vectores, esto define una medida en dicho espacio (técnicamente conocido como el espacio de conexiones módulo transformaciones de gauge). Dichas medidas, particularmente como esta que está dada en forma cerrada, son muy raras. Más aún, Lewandowski, Okolow, Sahlmann, Thiemann e independientemente Fleischhack (teorema conocido por sus iniciales como LOST-F) (2006) probaron que dada invariancia bajo difeomorfismos y otras condiciones muy generales dicha medida de integración es única. Esto puede sorprender, dado lo poco que aparentemente se ha presupuesto, pero requerir invariancia bajo difeomorfismos es un requisito importante y determina la unicidad. Algo parecido pasa en teoría de campos ordinaria, donde en principio hay infinitos vacíos inequivalentes pero si uno impone invariancia ante transformaciones de Poincaré esencialmente hay un único vacío.

Todo esto no está exento de controversia. Dado que nunca se habían usado espacios como este para estudiar teorías cuánticas de campos, hay gente que es escéptica. Algunos argumentan que el espacio considerado es "demasiado discreto" y hacen la analogía con considerar la recta real con una topología en la cual dos puntos están cerca sólo si coinciden. En dicha topología toda función es continua. Algunos argumentan que quizá esa es la razón por la que la gravedad cuántica de

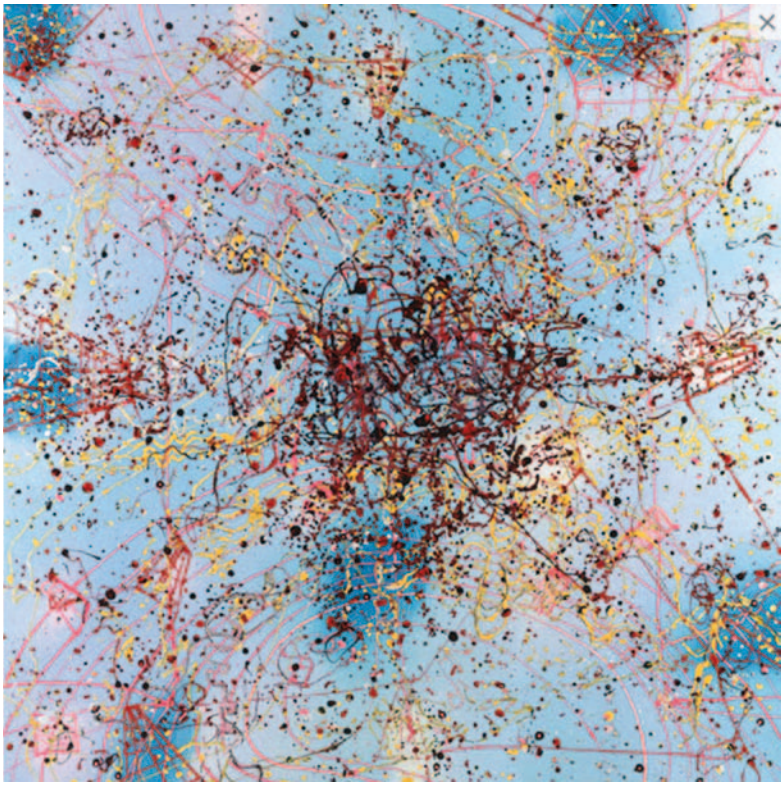

Imagen de Steven Bogart.

lazos no ve los infinitos de teorías cuánticas de campos. Hermann Nicolai y colaboradores (2005, 2007) han escrito un par de artículos críticos muy bien argumentados, y Thomas Thiemann (2007) ha respondido. Los lectores podrán darse una idea de los argumentos viendo esos artículos.

En términos de este espacio de Hilbert, Rovelli y Smolin (1995), también Ashtekar y Lewandowski mostraron cómo construir operadores cuánticos bien definidos asociados al área de una superficie y al volumen de una región del espacio. Las líneas de las variables de lazos (por estar en un caso con varios potenciales vectores como en las teorías de Yang-Mills, las líneas vienen etiquetadas por un número entero y pueden juntarse en vértices con múltiples valencias, no necesitan ser sólo curvas cerradas, formando lo que se conoce como "redes de espín"). La imagen que emerge es que las líneas de las redes de espín acarrean "cuantos de área". El área de una superficie está dada por cuantas líneas de la red de espín la atraviesan y el valor de sus enteros asociados. El volumen de una región esta dado por cuantos vértices de la red de espín contiene y sus detalles. Estos son los "átomos" con los que se construye un espacio-tiempo. Es de notar que la separación típica de estas líneas de las redes de espín se espera que sea la distancia Planck, 10^{-33} cm, es decir que para superficies macroscópicas sus áreas aparentarán tomar valores esencialmente continuos. Pero si uno pudiera imaginar una superficie del tamaño de Planck, bien podría tener área cero si no es atravesada por ninguna línea de la red de espín.

En términos de estos operadores y espacio de Hilbert, Thomas Thiemann en 1996 pudo promover las ecuaciones de Einstein a operadores cuánticos bien definidos. Había obtenido la primera teoría no trivial, finita, sin anomalías de la gravedad cuántica. ¿Está el problema terminado entonces? La respuesta es negativa. Debido a la carencia de técnicas para lidiar con dicha teoría, ha resultado muy difícil determinar si la misma captura la física correcta a bajas energías. Que la teoría sea no trivial, finita y sin anomalías no quiere decir que es correcta al describir la naturaleza. Para dar una idea de la situación conviene imaginar la cromodinámica cuántica (teoría que describe las interacciones fuertes) pero sin poderla tratar en el retículo ni usar métodos perturbativos (que son factibles para la interacción fuerte por una propiedad llamada libertad asintótica, que la gravedad no parece tener). Hubiera sido muy difícil hacer algún avance en interacciones fuertes. Esa es la situación que confrontamos con la gravedad.

Para avanzar ante esta situación, investigadores se están concentrando en situaciones con mucha simetría donde los cálculos pueden simplificarse. Hay dos áreas centrales de actividad: una es la cosmología; la otra, espacio-tiempos con simetría esférica.

En cosmología, un enfoque llamado cosmología cuántica de lazos procede a congelar todos los grados de libertad del universo a menos de unos pocos, como, por ejemplo, la escala de tamaño del universo. Luego aplica técnicas inspiradas en las de lazos para su cuantización. Dado que uno está lidiando con un número finito de grados de libertad, uno está haciendo mecánica cuántica más que teoría de campos. Esto había sido intentado antes. Una de las preguntas salientes es qué le pasa al Big Bang. Teoremas muy generales de Hawking y Penrose argumentan que genéricamente los espacio-tiempos desarrollan singularidades. En particular, en modelos del universo donde el único grado de libertad es el factor de escala se observa que si uno retrotrae en el tiempo, el factor de escala se vuelve cada vez mas pequeño hasta que se vuelve cero y la curvatura y densidad divergen: es el Big Bang. Se esperaba desde hace tiempo que correcciones cuánticas pudieran cambiar eso. Así como el átomo de hidrógeno es inestable clásicamente pero cuando uno lo cuantiza tiene un estado fundamental por debajo del cual no decae, se esperaba que efectos cuánticos pudieran detener el Big Bang. Dado que hablamos de un problema mecánico cuántico, el trabajo en el mismo predata la representación de lazos. Físicos en la década de los 70 estudiaron el problema y concluyeron que los efectos cuánticos no eliminaban el Big Bang. Dado que estamos hablando de un problema con un número finito de grados de libertad, existe el teorema de Stone von Neumann que dice que toda representación cuántica que uno encuentre será equivalente. Parecía no haber salida al problema, la teoría cuántica parecía no resolver la singularidad del Big Bang. Pero la representación de lazos cambia las reglas del juego: la "discretitud" del producto interno de Ashtekar y Lewandowski viola una de las hipótesis del teorema de Stone von Neumann y una representación distinta es posible. Esto fue analizado por Bojowald (2000) y con más precisión por Ashtekar, Pawlowski y Singh (2007), que mostraron que la cuantizacion de lazos elimina el Big Bang. El mismo se reemplaza por un "rebote" en el que nuestro universo pasa por una región de gran curvatura con grandes fluctuaciones cuánticas y luego se reexpande hacia el pasado hacia un universo previo al nuestro de características clásicas.

Esto podrá parecer bastante académico, después de todo no hay ocasión de medir nada antes del Big Bang. Pero el resultado puede tener consecuencias observacionales. Iván Agulló (de Elche) con Ashtekar y Nelson (2013) estudiaron la evolución de campos cuánticos viviendo sobre el espacio tiempo del "rebote" para ver si podría haber efectos observacionales en el fondo de microondas cósmico. Al principio puede sorprender esto. Nuestro entendimiento moderno del fondo de microondas es que proviene de evolucionar un vacio cuántico para el inflatón a través del periodo de inflación. El espectro resultante es lo que observamos en el fondo de microondas. Durante la inflación la escala del universo ya es demasiado grande para que efectos de la gravedad cuántica puedan tener importancia. Eso ha llevado a muchos a desestimar que la gravedad cuántica pueda dejar rastros en el fondo de microondas. Sin embargo, esto está basado en el punto de vista de que el universo comienza cuando comienza la inflación. Si uno tiene un universo completo, como ocurre en el caso de cosmología cuántica de lazos, es más natural adoptar un punto de vista en el cual los datos iniciales no se dan al comienzo de la inflación sino que o se dan en el momento del "rebote" o se dan en el infinito pasado del universo previo al nuestro. En ambos casos, si uno pone un vacío para el inflatón y lo evoluciona a través del rebote o a partir del mismo, el campo que uno obtiene al comienzo de la época de inflación no estará en el estado de vacío. Así aparecen desviaciones de lo que predice la inflación usual. Los efectos son primariamiente para correlaciones de temperatura a grandes escalas angulares, donde el espectro está medido desafortunadamente con mucha incerteza aún. Por el momento las predicciones de inflación usual y las de cosmología cuántica de lazos no pueden ser distinguidas experimentalmente. En adición al espectro en sí, la cosmología cuántica de lazos tiene una predicción para la llamada "relación de consistencia". En inflación usual el cociente de perturbaciones tensoriales a escalares, usualmente llamado r, es proporcional al índice espectral de perturbaciones tensoriales con un factor de proporcionalidad –8. En el caso de cosmología cuántica de lazos el factor difiere. Aún no se conoce bien experimentalmente el valor de r y no se ha medido el índice espectral. Dependiendo del valor de r, la comprobación de la relación de consistencia tendrá más o menos grado de complejidad, si r es muy pequeño es posible que tome muchos años comprobarla, si no es posible que en los próximos años se pueda medir. Es de notar que las predicciones de cosmología cuántica de lazos dependen del valor del inflatón en el momento inicial (el rebote o el pasado del universo previo). Eligiendo el valor muy grande, las predicciones se pueden parecer a las de inflación usual tanto como se quiera. Pero para valores "naturales" hay una discrepancia potencialmente medible. Actualmente se investiga si el rebote cuántico que precede a la fase inflacionaria en la cosmología cuántica de lazos puede dar origen a ciertas anomalías que se han observado en el fondo cósmico de microondas y hasta el momento carecen de explicación.

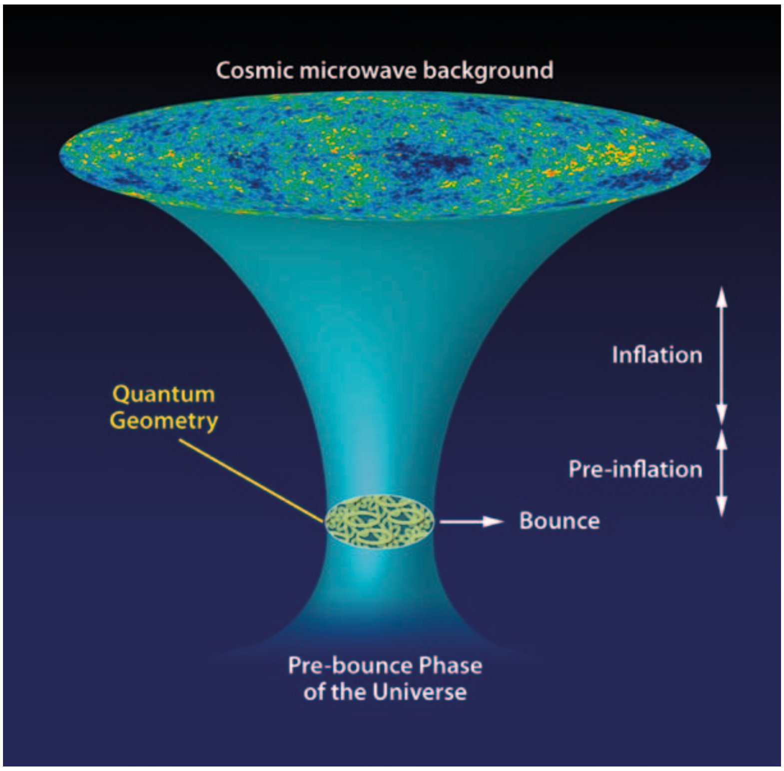

Imagen de Alan Stonebraker. © American Physical Society.

Como tema final de aplicación, la teoría se ha estado estudiando en situaciones con simetría esférica. Hace pocos años se mostró que se puede completar la cuantización en el caso de espaciotiempos de vacío. En particular se puede encontrar la solución de las ecuaciones de Einstein cuánticas en forma cerrada. Este caso incluye el importante caso de agujeros negros. La geometría cuántica puede elegirse de modo tal que aproxima muy bien la geometría clásica de un agujero negro en su exterior (por lo menos para agujeros negros de masas grandes comparadas con la de Planck). Sin embargo, cuando uno se acerca a la región donde clásicamente se encontraba la singularidad en el interior del agujero negro, la curvatura y sus fluctuaciones aumentan y no se puede aproximar la geometría cuántica por una clásica y uno transiciona sin infinitos por la región donde estaba la singularidad clásica hacia otro sector del espacio tiempo en el futuro donde la curvatura y sus fluctuaciones disminuyen y uno recupera una aproximación clásica al espacio tiempo (Gambini, Pullin 2013).

Se ha estudiado la evolución de campos sobre la geometría cuántica mencionada y se muestra que uno recupera la radiación de Hawking de agujeros negros con pequeñas modificaciones (Gambini, Pullin, 2014). Un elemento atractivo es que la naturaleza discreta de la geometría cuántica discretiza las ecuaciones de los campos como si uno las hubiera puesto en un retículo. Excepto que este retículo no es una herramienta matemática para aproximar una teoría continua sino que es la teoría de un campo viviendo en un espacio-tiempo cuántico. Para explorar qué efectos tiene esta natural discretización estudiamos con Gambini y Javier Olmedo (de Fuenlabrada) el efecto Casimir entre dos esferas viviendo en la geometría cuántica con un campo escalar (2015). Sumando la energía del campo dentro y fuera de la cavidad formada por las dos esferas y estudiando cómo varía la misma con la separación de las esferas se obtiene el resultado correcto para la fuerza de Casimir sin tener que regularizar la teoría ni renormalizarla.

La finitud natural de las teorías de campos viviendo en espacio-tiempos curvos abre nuevas posibilidades en el viejo problema de estudiar la reacción de la radiación de Hawking sobre el espacio-tiempo de fondo. Con Gambini, Miguel Campiglia y Olmedo estamos activamente estudiando este problema ahora.

Debido a las limitaciones de espacio he tenido que omitir importantes áreas de actividad en gravedad cuántica de lazos. En particular hay varias personas trabajando en calcular la entropía de agujeros negros usando este enfoque. También hay un núcleo importante de personas trabajando en utilizar estas técnicas para dar sentido a la integral de camino para la gravitación cuántica, un enfoque conocido como "espumas de espín" (spin foams). Refiero a los lectores a los libros de Rovelli y Thiemann citados en las referencias. Para los que quieran un tratamiento más elemental esta el libro que escribí con Gambini dirigidos a estudiantes de licenciatura mencionado al final.

Agradecimientos

Agradezco a Iván Agulló por sus comentarios. Este trabajo fue apoyado por subsidio PHY-1305000 de la National Science Foundation, LSU-CCT y el Hearne Institute for Theoretical Physics.

Referencias

Generales

[1] C. Rovelli, *Quantum Gravity* (Cambridge University Press, Cambridge, Reino Unido, 2007).
[2] R. Gambini y J. Pullin, *Un primer curso en teoría cuántica de lazos* (Reverté, Méjico D. F., 2013) Edición en inglés: *A first course in loop quantum gravity* (Oxford University Press, Oxford, Reino Unido, 2011.
[3] T. Thiemann, *Modern canonical quantum general relativity* (Cambridge University Press, Cambridge, Reino Unido, 2008).

Citadas

[1] I. Agulló, A. Ashtekar y W. Nelson, *Class. Quan. Grav.* 30, 085014, 2013.
[2] A. Ashtekar, *Phys. Rev. Lett.* 57, 2244, 1986.
[3] A. Ashtekar y J. Lewandowski, *J. Geom. Phys.* 17, 191, 1995.
[4] A. Ashtekar y J. Lewandowski, *Class. Quan. Grav.* 14, A55, 1997.
[5] S. Carlip, *Class. Quan. Grav.* 25, 154010, 2008.
[6] R. Gambini y A. Trias, *Phys. Rev.* D22, 1380, 1980; Phys. Rev. D23, 553; *Nucl. Phys.* B278, 436, 1981.
[7] R. Gambini, J. Olmedo, J. Pullin, *Class. Quan. Grav.* 32, 115002. 2015.
[8] R. Gambini y J. Pullin, *Phys. Rev. Lett.* 110, 211301, 2013; *Class. Quan. Grav.* 31, 115003, 2014.
[9] J. Lewandowski, A. Okolow, H. Sahlmann, T. Thiemann, *Commun. Math. Phys.* 267, 703, 2006; C. Fleischhack, *Phys. Rev. Lett.* 97, 061302, 2006.
[10] H. Nicolai, K. Peeters, M. Zamaklar, *Class. Quan. Grav.* 22, R193, 2005; H. Nicolai y K. Peeters, *Lect. Notes Phys* 721, 151, 2007.
[11] R. Penrose, *Shadows of the Mind: A Search for the Missing Science of Conscsiousness* (Oxford University Press, Oxford, Reino Unido, 1996).
[12] C. Rovelli, L. Smolin, *Phys. Rev. Lett.* 61, 1155, 1988; *Nucl. Phys.* B133, 80, 1990.
[13] C. Rovelli, L. Smolin, *Phys. Rev.* D52, 5743, 1995.
[14] T. Thiemann, *Phys. Lett.* B380, 257, 1996.
[15] T. Thiemann, *Lect. Notes Phys.* 721, 185, 2007.

Jorge Pullin
Department of Physics and Astronomy, Louisiana State University, EE. UU.