

Fenomenología de Cuerdas

Saúl Ramos-Sánchez

*Instituto de Física, Universidad Nacional Autónoma de México,
Apdo. Postal 20-364, México 01000, México*

ramos@fisica.unam.mx

Abstract

En estas notas, exploraremos el intrigante mundo de las partículas elementales y de la teoría de cuerdas, concentrándonos en los aspectos de ésta última que podrían permitir establecer una conexión con el modelo estándar de partículas elementales.

1 ¿Hacia dónde vamos? La física moderna

En la física moderna, indudablemente el modelo cosmológico (o modelo Λ CDM) y el modelo estándar de partículas elementales (SM, por sus siglas en inglés) son parte de la herencia más valiosa de la física del siglo XX. Mientras que el primero describe la historia del universo desde la gran explosión hasta nuestra época mediante la aplicación de la relatividad general, el SM describe todas las partículas elementales conocidas en base a la teoría cuántica de campos (QFT, por sus siglas en inglés).

En estas notas, nos concentraremos en el estudio de los avances de la teoría de cuerdas en su camino a describir la física de partículas elementales. Con esta finalidad, esta sección está dedicada al estudio de QFT y del SM, enfatizando aquellos conceptos que nos serán útiles más tarde. En la siguiente sección, describimos los conceptos y las herramientas más importantes de QFT. (Se recomienda [1] como texto introductorio a la teoría de campos.) Posteriormente, dedicamos la sección 1.2 a una descripción de los logros y de los defectos del SM con la finalidad de colocar en contexto el origen de la teoría de cuerdas y su posible alcance.

1.1 Campos y partículas elementales

La QFT está fundamentada en dos conceptos revolucionarios que nacieron entre 1850 y 1950:

- **Campo.** Técnicamente, es una cantidad física asociada a todos los puntos del espacio-tiempo.
- **Simetría.** Es una transformación (de coordenadas, de campos, etc.) que no altera la física de un sistema.

1.1.1 Campos

Entre los campos que nos son más familiares, están los campos magnético \mathbf{B} y eléctrico \mathbf{E} , cuyas líneas de campo se hacen visibles en experimentos sencillos con limadura de hierro. Una observación crucial es que estos campos pueden obtenerse como variaciones de los llamados *potencial escalar eléctrico* ϕ y *potencial vectorial magnético* \mathbf{A} :

$$\begin{aligned}\mathbf{B} &= \nabla \times \mathbf{A}, \\ \mathbf{E} &= -\nabla\phi - \partial_t \mathbf{A},\end{aligned}\tag{1}$$

en donde ∂_t denota la derivada parcial con respecto al tiempo. Los potenciales ϕ y \mathbf{A} admiten distintos valores en cada punto del espacio tiempo x^μ , en donde el índice de Lorentz corre como $\mu = 0, 1, 2, 3$ con $x^0 = t$. En esta notación (covariante) ambos potenciales se combinan elegantemente en el (mal) llamado *potencial* o *campo electromagnético* $A_\mu(x) = (\phi(x), -\mathbf{A}(x))$ ¹. El campo electromagnético A_μ contiene toda la información sobre los campos eléctrico y magnético, de tal manera que las ecs. (1) pueden reescribirse como un tensor antisimétrico

$$F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu = \begin{pmatrix} 0 & E_{x^1} & E_{x^2} & E_{x^3} \\ -E_{x^1} & 0 & -B_{x^3} & B_{x^2} \\ -E_{x^2} & B_{x^3} & 0 & -B_{x^1} \\ -E_{x^3} & -B_{x^2} & B_{x^1} & 0 \end{pmatrix},\tag{2}$$

en donde $\partial_\mu = (\partial_0, \nabla)$. Es de esta manera como J. Maxwell hace más de un siglo comprendió que dos de las *fuerzas fundamentales* de la naturaleza conocidas por sus contemporáneos (la electricidad y el magnetismo) son en realidad distintas manifestaciones de una sola fuerza fundamental: el electromagnetismo. Más interesante aún: Maxwell observó que las leyes de Gauss, Faraday y Ampère en el vacío se podían escribir como la ecuación de onda

$$\partial_\rho \partial^\rho F_{\mu\nu} = 0 \iff \square^2 F_{\mu\nu} = (\partial_0^2 - \nabla^2) F_{\mu\nu} = 0,\tag{3}$$

con $\partial^\mu = (\partial_0, -\nabla) \neq \partial_\mu$. Y esta observación es la segunda más grande contribución de Maxwell a la física. En ese tiempo, la luz ya había sido descrita como una onda. De un golpe, Maxwell se percató de que el campo electromagnético $A_\mu(x)$ con su ecuación de movimiento (3) describe perfectamente a la luz como una típica onda, con todas las propiedades de éstas.

Pero en la época de Maxwell no se conocía la mecánica cuántica. Con el triunfo de ésta, un nuevo reto se presentó. La ecuación de onda (3) a simple vista no parece describir los cuantos de energía que terminaron llamándose fotones. De hecho, mientras que la teoría clásica sostiene que la energía de la luz depende de su intensidad, las resoluciones a los problemas de la *catástrofe ultravioleta* y del *efecto fotoeléctrico* [2] –que asumen que la luz se propaga en pequeñas cantidades uniformes de energía– demostraron que esta energía depende, más bien, de su frecuencia $E = h\nu$. La solución a este conflicto se encuentra en la llamada segunda cuantización. En este formalismo, los distintos modos de Fourier del campo electromagnético $A_\mu(x)$ equivalen a un conjunto de osciladores armónicos desacoplados, que son cuantizados de manera canónica y cuyos niveles de energía corresponden precisamente a la predicción de Planck y Einstein, $E_n = nh\nu$, $n \in \mathbb{N}$ [3, 4]. Así, diferentes perturbaciones del campo electromagnético cuántico $A_\mu(x)$ en distintos puntos del espacio-tiempo se traducen en fotones γ (o estados del ‘campo fotónico’) con distintas propiedades. Por lo tanto, en el formalismo cuántico, un campo es capaz de describir un número infinito de partículas.

¹En estas notas, usaremos unidades naturales, en las que $\hbar = c = 1$

Esta contribución fue clave para entender por completo el efecto fotoeléctrico, en el que la luz interactúa con los electrones contenidos en los metales. Dirac caracterizó a los electrones (y a sus antipartículas, los positrones ²) mediante un campo $e(x)$ que satisface la ecuación (de Dirac)

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)e(x) = 0, \quad (4)$$

en donde γ^μ son las *matrices* 4×4 de Dirac y m es la masa del electrón (ver e.g. [1]). Como en el caso del fotón, múltiples perturbaciones del campo del electrón $e(x)$ conducen a una infinidad de electrones.

Una consecuencia interesante de la descripción de Dirac es que las interacciones de este nuevo campo con $A_\mu(x)$ pueden interpretarse como perturbaciones en los campos que permiten cambios en el número de fotones y electrones pero que conservan la energía y el momento [5]. Este tipo de interacciones son representadas actualmente mediante los llamados *diagramas de Feynman*, como el presentado en la fig. 1. En este diagrama, un electrón es aniquilado por un positrón, permitiendo la emisión de un fotón que carga la energía del par electrón-positrón. El proceso inverso también es permitido por la teoría, i.e. un fotón puede dar origen a un par electrón-positrón³.

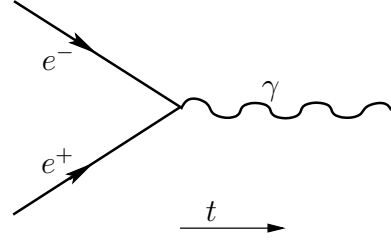


Figure 1: Aniquilación de pares. Interacción de un fotón con partículas cargadas. Se presenta la dirección de evolución en el tiempo t .

Las ecuaciones de movimiento de fotones y electrones se pueden obtener fácilmente aplicando las ecuaciones de campo de Euler-Lagrange

$$\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \psi)} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi}, \quad (5)$$

en donde ψ representa cualquiera de los campos de un sistema, ψ y su derivada son considerados variables independientes (así como las coordenadas generalizadas q y sus derivadas \dot{q} son independientes en el formalismo clásico), y $\mathcal{L} = \mathcal{L}(\psi, \partial_\mu \psi)$ es llamada *densidad Lagrangiana*, debido a que el Lagrangiano $L = E_{\text{cinética}} - E_{\text{potencial}}$ está dado por

$$L = \int d^3x \mathcal{L} \quad \Rightarrow \quad S = \int dx^0 L = \int d^4x \mathcal{L} \quad (6)$$

con S , la acción del sistema. Es fácil mostrar que las densidades Lagrangianas de los campos del fotón y del electrón son

$$\mathcal{L}_e = \bar{e} (i\gamma^\mu\partial_\mu - m) e \quad \& \quad \mathcal{L}_A = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (7)$$

con $F_{\mu\nu}$ definido en ec. (2). La Lagrangiana $\mathcal{L}_{e,A} = \mathcal{L}_e + \mathcal{L}_A$ conduce a las ecuaciones de movimiento (3) y (4) a través de la igualdad de Euler-Lagrange (5) (considerando \bar{e} , el positrón, como un campo independiente de e). Sin embargo, en este contexto las interacciones entre fotones y electrones no han sido incorporadas.

²Las antipartículas tienen las mismas propiedades que las partículas, salvo por la carga eléctrica, que es opuesta en signo. Por ejemplo, el positrón tiene la misma carga que el electrón pero con signo positivo. Nótese que los fotones no tienen antipartícula.

³A los fotones involucrados en estos procesos se les llama virtuales debido a que es preciso que tengan masa no trivial.

Incluir las interacciones electromagnéticas en el formalismo Lagrangiano de la teoría de campos condujo a la teoría de electrodinámica cuántica [6] (QED, por sus siglas en inglés), cuya densidad Lagrangiana es

$$\mathcal{L}_{QED} = \bar{e} (i\gamma^\mu D_\mu - m) e - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (8)$$

en donde la llamada *derivada covariante* $D_\mu = \partial_\mu - iq_e A_\mu$ (con $q_e > 0$ la carga del positrón) es una extensión de la derivada ∂_μ en \mathcal{L}_e que conduce a la densidad Lagrangiana de interacción entre un fotón, un electrón y un positrón asociada al diagrama 1:

$$\mathcal{L}_{int} = q_e \bar{e} \gamma^\mu e A_\mu. \quad (9)$$

1.1.2 Simetrías

Toda teoría física que actúe en nuestro espacio-tiempo debe ser invariante de Poincaré, es decir, debe permanecer sin modificación cuando se le estudia desde cualquier marco de referencia inercial. El conjunto de matrices 4×4 que describen estas transformaciones de coordenadas forman el llamado *grupo de Poincaré*. Invariancia de Poincaré quiere decir que, si se permite que el grupo de Poincaré actúe de manera *global*, i.e. de manera idéntica en todos los puntos del espacio-tiempo, ninguna de las mediciones realizadas en el sistema original y el resultante será diferente. Es a este tipo de invariancia a lo que se le llama una *simetría global del sistema*.

Toda transformación global (elemento de un grupo de transformaciones globales) puede representarse como

$$U = e^{i\hat{\alpha}}, \quad (10)$$

en donde $\hat{\alpha}$ es, en general, un operador complejo. Es fácil verificar que si U afecta al campo del electrón $e(x)$ en (7) como $e \rightarrow e' = U e$ y $\bar{e} \rightarrow \bar{e}' = U^\dagger \bar{e}$ con $\hat{\alpha}$ hermitiano, entonces \mathcal{L}_e no cambia. De hecho, tampoco \mathcal{L}_{QED} es afectado y, por tanto, la acción de QED satisface $S \rightarrow S' = S$, i.e. es invariante bajo estas transformaciones globales.

Sin embargo, en la discusión anterior, hemos dejado de lado una importante propiedad de las ecuaciones de Maxwell. La alteración de los potenciales clásicos de acuerdo a

$$\phi \rightarrow \phi - \frac{1}{q_e} \partial_0 \alpha \quad \& \quad \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A} + \frac{1}{q_e} \nabla \alpha \quad (11)$$

(con $\alpha = \alpha(x)$ una función (real) arbitraria) conduce a exactamente los mismos campos \mathbf{E} , \mathbf{B} y, por lo tanto, a las mismas ecuaciones de Maxwell. En notación covariante, ec. (11) se reescribe como

$$A_\mu \rightarrow A_\mu - \frac{1}{q_e} \partial_\mu \alpha(x). \quad (12)$$

Es necesario destacar algunos puntos importantes:

❶ Debido a que las ecuaciones de Maxwell permanecen invariantes bajo (12), la física no cambia y esta transformación representa una simetría. Este tipo de simetrías que se refieren a grados de libertad debidos a redundancias en la teoría se conocen como *simetrías de norma*.

❷ Es posible reescribir ec. (12) en términos de una transformación similar a U en (10):

$$A_\mu \rightarrow U A_\mu U^{-1} - \frac{1}{q_e} \partial_\mu (U) U^{-1}. \quad (13)$$

En este caso, sin embargo, debemos emplear una *transformación local* $U = U(x) = e^{i\alpha(x)}$. Es muy importante notar la diferencia entre las simetrías *globales* y *locales*. Mientras que las primeras actúan en cada punto del espacio-tiempo de manera idéntica, una transformación local transforma los campos de manera distinta dependiendo del punto del espacio-tiempo en el que éste esté definido.

⊕ En la teoría cuántica de QED, \mathcal{L}_{QED} permanece invariante si además de (13) el campo del electrón se transforma como

$$e \rightarrow Ue. \tag{14}$$

En conjunto, ecs. (13) y (14) describen una simetría de norma en QFT. La densidad Lagrangiana asociada describe entonces una *teoría (local) de norma*. Nótese que, a pesar de que las transformaciones locales actúan diferente en cada punto del espacio-tiempo, la teoría completa es invariante bajo la simetría.

⊕ En el lenguaje de teoría de grupos,⁴ si $U(x) = e^{i\alpha(x)}$ representa el único generador independiente de transformaciones con $\alpha : \mathbb{R}^4 \mapsto \mathbb{R}$, entonces el grupo de simetría asociado es $U(1)$. En el caso del electromagnetismo, denotaremos el grupo de simetría como $U(1)_{QED}$. $U(1)$ es un grupo abeliano, es decir, dos elementos U y \tilde{U} de $U(1)$ conmutan, $[U, \tilde{U}] = 0$. Sin embargo, es posible construir teorías de norma basadas en grupos no-abelianos (donde las transformaciones no conmutan).

⊕ En las teorías de norma, los bosones asociados a los campos que se transforman como (13) se les conoce como *bosones de norma* y tienen espín $s = 1$. Por lo tanto, el fotón es el bosón de norma de la QED. Los bosones de norma pueden interpretarse como los mediadores de las interacciones entre las partículas (fermiónicas, i.e. con espín semientero) que se transforman como en (14). Las interacciones aparecen, como en ec. (8), a través de la definición de la derivada covariante D_μ , la cual contiene a todos los bosones de norma de la simetría en cuestión. En general, las simetrías de norma no-abelianas conducen a múltiples bosones de norma, mientras que e.g. $U(1)_{QED}$ tiene un sólo bosón de norma: el fotón.

Las simetrías de norma han tenido un éxito rotundo en la descripción de la física de partículas elementales. Como veremos a continuación, el SM se basa en una combinación simetrías de norma abelianas y no-abelianas para describir todas las partículas que componen la materia observada y sus interacciones.

1.2 El modelo estándar de partículas elementales y sus problemas

Nuestro universo no está compuesto sólo de electrones y fotones. Observaciones de partículas altamente energéticas que llegan a nuestro planeta desde regiones muy distantes (llamadas *rayos cósmicos*) permitieron saber que existen otras partículas que sólo se distinguen del electrón en su masa (i.e. tienen la misma carga eléctrica y aparecen en el mismo tipo de fenómenos físicos); a éstas se les llamó *leptones*. Simultáneamente, se descubrió que además existen otras partículas mucho más pesadas llamadas *hadrones* que, de cierta forma, se parecen más a los constituyentes de los núcleos atómicos. Como veremos aquí, mientras que los leptones son partículas fundamentales⁵, los hadrones están compuestos de otras partículas más pequeñas.

En la sección anterior, hemos visto que electrones y fotones interactúan y que estas interacciones son descritas por una teoría de norma con grupo de simetría $U(1)_{QED}$. Sin embargo, no

⁴Se sugiere [7, 8] como útiles revisiones de teoría de grupos con énfasis en su papel en la física de partículas elementales.

⁵'Fundamental' en este contexto quiere decir que ningún experimento ha sido capaz de mostrar que es posible descomponer a las partículas fundamentales en pequeños fragmentos más básicos (aunque, como veremos, la teoría de cuerdas indica lo contrario).

sólo los electrones perciben las interacciones electromagnéticas. Existen también neutrinos (con carga neutra), protones (con carga positiva), neutrones (sin carga), etc. que también interactúan electromagnéticamente. En principio, nada impide la generalización de \mathcal{L}_{QED} para incluir campos similares a $e(x)$ relacionados con estas partículas adicionales, ya que, si analizamos estas partículas de manera aislada, salvo por su masa y carga, todas ellas son idénticas.

(Des)afortunadamente, la historia no es tan sencilla. La física nuclear nacida a principios del siglo pasado, tras el descubrimiento de los decaimientos radiactivos, es la ‘manzana de la discordia’. Mientras que la teoría de norma $U(1)_{QED}$ permite entender cómo la luz interactúa con los electrones atómicos, no explica la emisión de un electrón cuando un núcleo de ^{137}Cs se transforma en ^{137}Ba . En este proceso conocido como *decaimiento β* , un neutrón se transforma en un protón dentro del núcleo, provocando la transición nuclear y la emisión de una partícula β (como se le bautizó al electrón emitido en este proceso) muy energética, capaz de destruir otros átomos en su trayectoria (es este un origen del cáncer y del envenenamiento radiactivo). Adicionalmente, las interacciones electromagnéticas no explican la existencia de núcleos estables, ya que el electromagnetismo predice que varias partículas igualmente cargadas (como los protones) se repelen. Estos fenómenos nucleares encontraron explicación cuando se entendió que los protones y neutrones que construyen los núcleos están compuestos a su vez de otras partículas *más elementales* que hoy llamamos *quarks* y que se rigen por reglas adicionales a las del electromagnetismo.

Los ingredientes extra son las fuerzas fundamentales involucradas en las interacciones nucleares. Hoy se sabe que existen dos fuerzas que operan a distancias tan pequeñas como el radio de un núcleo (aproximadamente 10^{-13} cm). La *fuerza fuerte* establece sólidos enlaces entre los quarks que constituyen a los protones y neutrones. La *fuerza débil*, en cambio, provoca transiciones de quarks a leptones (como los electrones), es decir, es responsable del decaimiento radiactivo. El trabajo realizado durante la primera mitad del siglo pasado consistió, pues, en entender estas nuevas fuerzas. La conclusión fue que, al igual que el electromagnetismo, estas fuerzas son descritas por medio de teorías de norma. En particular, la fuerza débil es caracterizada por el grupo no-abeliano $SU(2)_L$, mientras que las interacciones de la fuerza fuerte encuentran su descripción en el grupo de transformaciones no-abelianas $SU(3)_c$.

Las transformaciones débiles son descritas con el mismo grupo que describe las transiciones de espín, $SU(2)$. Por lo tanto, es de esperarse que las partículas involucradas en las interacciones débiles tengan una carga débil similar al espín. Esta carga es denominada *isoespín débil*. En analogía con el espín, algunas partículas tienen isoespín $+\frac{1}{2}$ y pueden tener transiciones a partículas con isoespín $-\frac{1}{2}$. Se dice que este tipo de partículas forman un doblete de isoespín débil o que se transforman como una representación **2** del grupo $SU(2)_L$. Las transiciones entre partículas que forman representaciones de $SU(2)_L$ son mediadas por 3 bosones de norma llamados bosones débiles $W_\mu^{1,2,3}$. La magnitud de las interacciones débiles está determinada por la ‘constante’ de acoplamiento g_2 , de tal manera que la transformación de un leptón ℓ y un bosón de norma bajo la simetría $SU(2)_L$ se expresa como

$$\ell \rightarrow U\ell, \quad W_\mu^i \rightarrow UW_\mu^i U^{-1} - \frac{1}{g_2} \partial_\mu(U)U^{-1}, \quad U(x) = e^{i\alpha^i(x)t_i}, \quad (15)$$

donde $t_i = \frac{1}{2}\sigma_i$ con σ_i las matrices de Pauli. Nótese que, dado que las matrices de Pauli no conmutan, distintas transformaciones U tampoco, razón por la que $SU(2)$ es un grupo no abeliano. La Lagrangiana de interacción en este caso es

$$\mathcal{L}_{int} = g_2 \bar{\ell} \gamma^\mu \ell W_\mu^i t_i. \quad (16)$$

Una observación adicional sobre estas interacciones tiene qué ver con la llamada quiralidad. A grandes rasgos, una partícula *izquierda* (*derecha*) con campo ψ_L (ψ_R) es aquella cuya orientación de

giro espinorial se describe con la mano izquierda (derecha), donde el pulgar apunta en la dirección de desplazamiento. En principio, un campo arbitrario tiene ambas componentes. Una teoría es quiral si las componentes izquierdas se transforman de manera diferente a las componentes derechas bajo alguna simetría. El índice del grupo $SU(2)_L$ tiene su origen en el hecho de que sólo partículas izquierdas son capaces de transformarse. Esto implica que la teoría de norma de las interacciones débiles es una teoría quiral. Como ejemplo, mencionemos las componentes izquierdas de los quarks que forman un neutrón, un quark arriba u (up) y dos quarks abajo d (down), y los quarks de un protón, 2 quarks u y un quark d . Las componentes izquierdas de éstos forman un doblete de $SU(2)_L$; entonces, transiciones $u_L \longleftrightarrow d_L$, que involucran la emisión de un bosón débil W_μ , son precisamente el origen del decaimiento β : un neutrón $u_L d_L d_L$ sufre una transición a $u_L u_L d_L + W_\mu$. El bosón débil liberado decae eventualmente en el electrón (y un neutrino) observado en este decaimiento radiactivo.

El grupo de transformaciones fuertes o grupo *de color* actúa sobre los componentes fundamentales de todos los hadrones: los quarks. Estos aparecen en tres variedades diferentes cada uno que se han llamado, meramente por convención, *colores* y que usualmente se escogen como rojo, verde y azul. Transformaciones entre estos tres colores ocurren todo el tiempo a través del intercambio de los 8 bosones de norma de las interacciones fuertes llamados *gluones* g_μ^i , $i = 1, \dots, 8$. En este caso, la magnitud de las interacciones es g_3 , por lo que las transformaciones de norma de $SU(3)_c$ de quarks q y gluones están dadas por

$$q \rightarrow Uq, \quad g_\mu^i \rightarrow Ug_\mu^i U^{-1} - \frac{1}{g_3} \partial_\mu(U)U^{-1}, \quad U(x) = e^{i\alpha^i(x)\lambda_i}, \quad (17)$$

donde λ_i son las matrices de Gell-Mann, que no conmutan. La Lagrangiana de interacción en este caso es

$$\mathcal{L}_{int} = g_3 \bar{q} \gamma^\mu q g_\mu^i \lambda_i. \quad (18)$$

La peculiaridad de la fuerza fuerte es que confina a los quarks a vivir juntos, tan apretados como para formar sólidos hadrones. Es decir, los gluones unen muy estrechamente a los quarks, tal que éstos no pueden separarse. Esto se debe a que g_3 es mayor que la unidad a bajas energías (o distancias grandes – mayores que el radio nuclear), mientras que, a energías muy altas o distancias subnucleares, g_3 es tan pequeña como la carga del electrón, permitiendo así que los quarks sean libres dentro del núcleo⁶. Hemos visto ya dos ejemplos de hadrones: los protones y neutrones. Existen muchos otros hadrones que han sido detectados en los rayos cósmicos y en las colisiones de aceleradores de partículas, tales como los piones y kaones. Los colores de los quarks se combinan, de tal forma que los hadrones no tienen color. Por ejemplo, una combinación válida de quarks en un protón es: $u_L^{\text{rojo}} u_L^{\text{verde}} d_L^{\text{azul}}$.

En el lenguaje del grupo asociado a esta fuerza, los quarks forman tripletes $\mathbf{3}$ (y antitripletes $\bar{\mathbf{3}}$) de $SU(3)_c$. Así como las componentes de un $\mathbf{2}$ de $SU(2)$ pueden transformarse entre ellas (como $s = \frac{1}{2} \rightarrow s = -\frac{1}{2}$), distintos colores se transforman entre ellos, de tal forma que un protón no puede contener sólo la combinación $u_L^{\text{rojo}} u_L^{\text{verde}} d_L^{\text{azul}}$, sino también $u_L^{\text{azul}} u_L^{\text{verde}} d_L^{\text{rojo}}$ y todas las que conduzcan a un color neutro.

Una vez adquirida cierta familiaridad con las fuerzas fundamentales, es preciso hablar de los componentes básicos de la materia observada. Como anticipamos en el lado de los leptones, el electrón (campo $e(x)$) tiene un ‘hermano’ sin carga eléctrica llamado neutrino del electrón ($\nu^e(x)$). Existen adicionalmente dos copias de esta pareja: el muón (campo $\mu(x)$) con su neutrino ($\nu^\mu(x)$), y el tauón (campo $\tau(x)$) con su neutrino ($\nu^\tau(x)$). Los neutrinos aparecen generalmente

⁶A esta propiedad se le llama *libertad asintótica*.

$\frac{1}{2}$		Generaciones			SU(3) _c	SU(2) _L	U(1) _Y
		Primera	Segunda	Tercera			
Fermiones $s = \frac{1}{2}$	Leptones	(ν_L^e, e_L)	(ν_L^μ, μ_L)	(ν_L^τ, τ_L)	1	2	$-\frac{1}{2}$
		e_R	μ_R	τ_R	1	1	1
		ν_R^e	ν_R^μ	ν_R^τ	1	1	0
	Quarks	(u_L, d_L)	(c_L, s_L)	(t_L, b_L)	3	2	$\frac{1}{6}$
		u_R	c_R	t_R	$\bar{\mathbf{3}}$	1	$-\frac{2}{3}$
		d_R	s_R	b_R	$\bar{\mathbf{3}}$	1	$\frac{1}{3}$
Bosones	$s = 1$	B_μ bosón de hipercarga			1	1	0
		$W_\mu^{1,2,3}$ bosones débiles			1	3	0
		$g_\mu^{1,\dots,8}$ gluones			8	1	0
	$s = 0$	H bosón de Higgs			1	2	$-\frac{1}{2}$

Table 1: Partículas elementales y sus cargas bajo las simetrías de norma del SM. Los índices L y R se refieren respectivamente a la quiralidad izquierda y derecha de las partículas en cuestión. s denota el espín.

simultáneamente con sus compañeros cargados. Por ejemplo, ν^e aparece junto con el electrón en el decaimiento β . Por otra parte, hay también 3 copias de parejas de quarks: los quarks arriba $u(x)$ y abajo $d(x)$ (que constituyen a los protones y neutrones), los quarks ‘charm’ $c(x)$ y ‘strange’ $s(x)$, y los quarks ‘top’ $t(x)$ y ‘bottom’ $b(x)$. Cada pareja de leptones se asocia a una pareja de quarks para formar una *generación* de quarks y leptones. Por ejemplo, la primera generación está formada por las parejas $e - \nu^e$ y $u - d$; esta generación es la que constituye la materia estable de la naturaleza. Un resumen de todas las partículas elementales, según el SM aparece en la tabla 1. (En esta tabla, no se hace mención de $U(1)_{QED}$, sino de la hipercarga $U(1)_Y$ que, como veremos a continuación, es de donde surge el electromagnetismo.) Hasta hoy, los experimentos muestran que estas partículas son elementales (i.e. que no tienen subestructura) y que no existen partículas adicionales que interactúen con éstas a través de las fuerzas fundamentales conocidas.

Una partícula que merece una mención por separado es el bosón de Higgs. En el SM, la partícula de Higgs es la única partícula elemental con $s = 0$ (las demás tienen $s = \frac{1}{2}, 1$). Esta es una de sus peculiaridades. Por si fuera poco, no ha sido detectada aún, y, más importante aún, en el SM es la raíz de las masas de toda la materia que conocemos, la cual nace mediante el llamado *mecanismo de Higgs*.

1.2.1 Mecanismo de Higgs

No hemos mencionado dos aspectos muy importantes del SM como lo hemos descrito hasta ahora: i) entre las fuerzas fundamentales incluídas en el SM no se encuentra el electromagnetismo, y ii) todas las partículas (fermiones y bosones) carecen de masa. Una consecuencia inmediata es que las interacciones débiles (responsables de la radiactividad) son de alcance infinito, i.e. un electrón emitido por un televisor en casa podría desencadenar una mayor combustión en el sol o en una estrella mucho más lejana. Esto es una contradicción directa a la evidencia experimental que indica que las interacciones débiles sólo ocurren en el núcleo atómico. Por otra parte, no es la carga eléctrica, sino la *hipercarga* q_Y la que aparece en el SM. La hipercarga es una fuerza muy similar al electromagnetismo: es una simetría de norma abeliana $U(1)_Y$ bajo la cual las partículas del SM están cargadas (ver tabla 1) y se acoplan al nuevo bosón de norma B_μ con magnitud g_Y . De hecho,

estamos a punto de ver que el electromagnetismo surge como remanente de las simetrías $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$ en el estado básico (el *vacío*) de la teoría. Entonces, para completar la descripción de nuestro universo, se requiere de un elemento más.

En el mecanismo de Higgs, el universo sufre una transición de fase que altera su constitución y la dinámica de la materia en él. Esta transición está originada por en la densidad Lagrangiana de la partícula de Higgs:

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (D^\mu H)^\dagger (D_\mu H) - V(H), \quad V(H) = -\frac{\mu^2}{2} H^\dagger H - \frac{\lambda}{4} (H^\dagger H)^4, \quad (19)$$

en donde $V(H)$ es la densidad de energía potencial de Higgs (o simplemente el potencial de Higgs), con μ y $\lambda > 0$ parámetros de la teoría. Además, la derivada covariante D_μ contiene todas los generadores de las simetrías bajo las que el Higgs no se transforma trivialmente (i.e. los generadores de $SU(2)_L \times U(1)_Y$): $D_\mu = \partial_\mu - iq_Y B_\mu - ig_2 t_i W_\mu^i$ con suma sobre $i = 1, 2, 3$ y $t_i = \frac{1}{2}\sigma_i$.

En el SM, originalmente $\mu^2 > 0$. En este escenario, el mínimo de $V(H)$ ocurre en $\langle H \rangle = 0$. A este valor se le llama el valor de expectación o valor esperado de H y corresponde a su valor natural en el vacío del universo. La transición ocurre cuando, dinámicamente, $\mu^2 > 0 \rightarrow \mu^2 < 0$. En este proceso el mínimo original se transforma en un máximo y se forma un valle de mínimos (ver fig. 2). Recordando que un sistema física tiene a su nivel de mínima energía, tras la transición H adquirirá el nuevo valor de expectación $v \equiv |\langle H \rangle| = \sqrt{-\mu^2/\lambda}$. Este cambio minúsculo altera enormemente la teoría.

El nuevo vacío tiene varias repercusiones. Debido al primer término (el término cinético) de (19), aparecen términos de la forma

$$m_W^2 W_\mu^+ W^{\mu-} + m_Z^2 Z_\mu Z^\mu,$$

en donde Z_μ y W_μ^\pm son combinaciones de los bosones de norma originales, W_μ^i, B_μ , y las masas están dadas por $m_W^2 = (vg_2)^2/2$ y $m_Z^2 = \frac{1}{2}v^2(g_Y^2 + g_2^2)$. Estas masas han sido medidas experimentalmente: $m_Z \sim 90$ GeV y $m_W \sim 80$ GeV ⁷. Este hecho debe ser subrayado. Como vimos antes, si los bosones de norma de las interacciones débiles carecieran de masa (como los originales de $SU(2)_L$), las interacciones deberían tener un alcance infinito. En cambio, cuando los bosones son masivos, es decir, tras la transición de fase, las interacciones tienen un alcance bastante reducido debido a la enorme masa de los nuevos bosones Z_μ, W_μ^\pm . Sin embargo, no sólo los bosones de norma adquieren masa. En el SM, existe un término de interacción entre los fermiones ψ_i y el bosón de Higgs llamado *término de interacción de Yukawa* que, esquemáticamente, tiene la forma

$$\mathcal{L}_{Yuk} = y_i H \bar{\psi}_i \psi_i. \quad (20)$$

Cuando H adquiere un valor de expectación $v \neq 0$, la masa de ψ_i de acuerdo a ec. (20) es $m_i = y_i v$. Los valores de y_i y de v han sido determinados experimentalmente a través de la medición de las masas de las partículas del SM. Curiosamente, estos *acoplamientos de Yukawa* y_i aumentan en valor con la generación de quarks y leptones que se considere, i.e. y_i es mucho más pequeño para el electrón que para el muón, y el valor para el muón es más pequeño que para el tauón. Sólo las

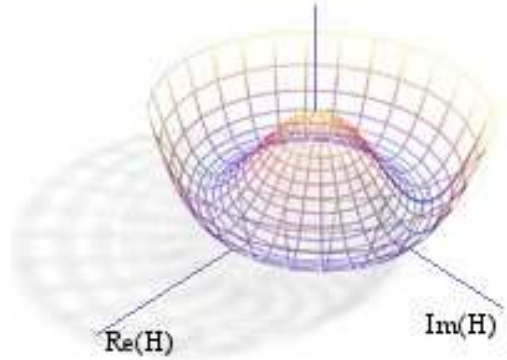


Figure 2: El potencial de Higgs $V(H)$.

⁷En la física de partículas elementales, asumiendo c la famosa ecuación de Einstein establece $E = mc^2$ y, por lo tanto, se prefiere medir las masas en términos de energía.

partículas de la generación más ligera (la primera) son estables, las demás decaen a sus copias más ligeras.

Existe una tercera consecuencia del mecanismo de Higgs que tiene que ver con las simetrías de la teoría. Dado que el Higgs tiene hipercarga $q_Y = -\frac{1}{2}$ y se transforma como un doblete bajo $SU(2)_L$, cuando H es reemplazado por su valor de expectación en el nuevo vacío de la teoría, estas simetrías dejan de ser válidas al 100%. Esto quiere decir que en el vacío, de hecho la simetría $SU(2)_L \times U(1)_Y$ es “reemplazada” por $U(1)_{QED}$ en donde la carga electromagnética de cualquier partícula (quark o leptón) puede expresarse como $q_{QED} = q_Y + t_3$, en donde t_3 se refiere al eigenvalor del operador $\frac{1}{2}\sigma_3$ actuando sobre cualquier campo del SM (e.g. en la notación de la tabla 1, ν^e tiene $t_3 = \frac{1}{2}$ mientras que $q_Y = -\frac{1}{2}$; esto conduce a $q_{QED}(\nu^e) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$ y $q_{QED}(e) = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1 = -q_e$). Es preciso mencionar que, además de los bosones de norma masivos, la combinación $g_Y W_\mu^3 + g_2 B_\mu$ permanece sin masa. Es precisamente esta combinación la que puede identificarse con el campo del fotón A_μ y que conduce, en el vacío, a la simetría de norma válida $U(1)_{QED}$.

Antes de concluir esta discusión, es útil mencionar que, a pesar de que en el vacío las simetrías originales han desaparecido, éstas siguen teniendo su presencia en la teoría completa (i.e. fuera del vacío). A este tipo especial de rompimiento de simetrías se le llama *rompimiento espontáneo*; en el SM la *simetría electrodébil* $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ha sido rota espontáneamente a $U(1)_{QED}$ mediante el mecanismo de Higgs, en el que éste adquiere un valor de expectación.

1.2.2 Los problemas del modelo estándar

El SM es increíblemente exitoso; quizá representa la teoría que tiene las predicciones más precisas. De los 26 parámetros libres del SM (masas de las partículas, valor esperado del Higgs, proporción de mezclas entre quarks y leptones, etc.), sólo la masa del Higgs no ha sido confirmada. Es este precisamente el punto débil del SM: la partícula de Higgs no aparece en los experimentos. De hecho, el gran colisionador de hadrones (LHC, por sus siglas en inglés)⁸ ha sido expresamente diseñado y construido para descubrir esta partícula cuya existencia fue predicha hace casi 50 años. Hasta ahora, otros colisionadores no han logrado descubrir el Higgs; sin embargo, han establecido cotas inferiores y superiores para la masa que el Higgs (con las propiedades indicadas por el SM) puede tener. Actualmente, se espera que el Higgs tenga una masa en el intervalo $115 \text{ GeV} \lesssim m_H \lesssim 130 \text{ GeV}$ (ver fig. 3) [9–11] y que, por lo tanto, el LHC pueda encontrarlo en los próximos meses.⁹ Sin embargo, cabe la posibilidad de que el Higgs no exista. En ese caso, la pregunta que nacería es ¿cómo se genera la masa de las partículas?

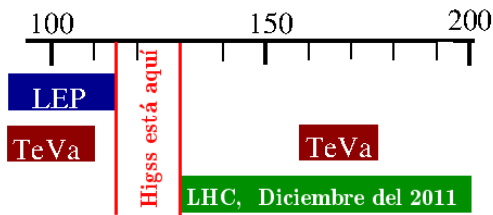


Figure 3: Experimentos en colisionadores de partículas actuales (LEP, TeVatron, y CMS y Atlas del LHC) restringen la masa del Higgs a $115 \text{ GeV} \lesssim m_H \lesssim 130 \text{ GeV}$. La escala está en GeV. Las regiones coloreadas han sido excluidas por los distintos experimentos.

⁸El LHC es un colisionador de protones construido en un túnel subterráneo anular de 27 km de circunferencia en el laboratorio CERN, en Ginebra, Suiza.

⁹De acuerdo a los últimos reportes del LHC [9, 10], la masa del Higgs podría ser de $\sim 125 \text{ GeV}$. Desde el 30 de Marzo de 2012, se acumulan nuevos datos que presuntamente conducirán al descubrimiento de esta partícula.

Otra pregunta que deja sin respuesta el SM es ¿por qué la masa del Higgs, en caso de que éste exista, es tan pequeña? En principio, si el SM es válido en cualquier rango de energía, se presenta una encrucijada parecida a la centenaria catástrofe ultravioleta: la masa del Higgs adquiere tantas contribuciones que crece sin límite. Este problema es llamado *el problema de la jerarquía*. Una forma de visualizar esta jerarquía es, recordando que la escala a la que se cree que las interacciones gravitacionales se

vuelven relevantes para un sistema cuántico es la escala energética de Planck $M_{Pl} \sim 10^{19}$ GeV, mientras que la masa del Higgs se espera que sea $m_H \sim \mathcal{O}(100)$ GeV. ¿Por qué existe esa enorme diferencia? ¿No hay explicación? Aunque ésta última es ciertamente una posibilidad, la mayoría de las veces semejante respuesta ha sido sustituida por respuestas donadas por teorías tan impactantes como la mecánica cuántica o la relatividad. Entre las propuestas para resolver este conflicto se encuentran la inclusión de una simetría nueva llamada *supersimetría* (que será descrita más tarde) y considerar los efectos de posibles dimensiones adicionales (más allá de las 3 espaciales más la temporal que nos son familiares).

Entre las interrogantes que el SM no explica, existen algunas preguntas vinculadas con los experimentos, sin embargo no las consideraremos aquí, ya que no alteran sustancialmente al SM y podrían estar relacionadas a nuestro desconocimiento de las interacciones fuertes a bajas energías. Otras incógnitas de origen más teórico son: ¿por qué hay tantos (¡26!) parámetros libres en el SM? ¿Por qué hay 3 y no más o menos generaciones de quarks y leptones? ¿Por qué hay diferencias en la masa de las partículas de las distintas generaciones? ¿De dónde surgen las simetrías de norma? ¿Por qué hay algunos parámetros que son prácticamente cero? La máxima pregunta es, empero, ¿cómo se puede incluir la gravedad en el lenguaje empleado para las otras fuerzas? Mientras que 3 de las 4 fuerzas fundamentales han sido descritas cuánticamente (en base a teorías de norma y QFT), la gravedad ha demostrado que no puede ser cuantizada de manera directa. Así, responder esta última pregunta requiere de un replanteamiento serio de la física moderna que, según algunos, pasa por una modificación de la relatividad general o de la mecánica cuántica, o, según otros, se basa en alterar los paradigmas establecidos por el éxito de éstas dos teorías. La teoría de cuerdas está basada en la segunda perspectiva. En particular, sugiere abandonar la idea de que las partículas del SM son elementales, indicando que las partículas no son sino distintas manifestaciones de diminutas cuerdas rotantes. Como veremos más adelante, esta simple idea conduce a una cuantización de la gravedad y, simultáneamente, propociona un origen común para todas las fuerzas fundamentales y las partículas elementales, incluyendo al *gravitón*, el símil gravitacional del fotón en las interacciones electromagnéticas.

2 Teoría de cuerdas y su fenomenología

Esta sección no intenta ser una revisión exhaustiva del enorme progreso realizado en teoría de cuerdas durante las últimas tres décadas. Aquí sólo estudiamos algunas de las propiedades más relevantes de esta teoría, enfocándonos en las herramientas que permiten intentar dar solución a algunas de las preguntas enumeradas en la sección anterior. Para aquellos estudiantes de posgrado interesados en aprender más sobre teoría de cuerdas, recomendamos el trabajo pionero de Green, Schwarz y Witten [12, 13] y el texto de Polchinski [14, 15]. Para estudiantes más jóvenes, es recomendable leer el texto de Balin y Love [16]. A un nivel menos académico, es también gratificante leer [17].

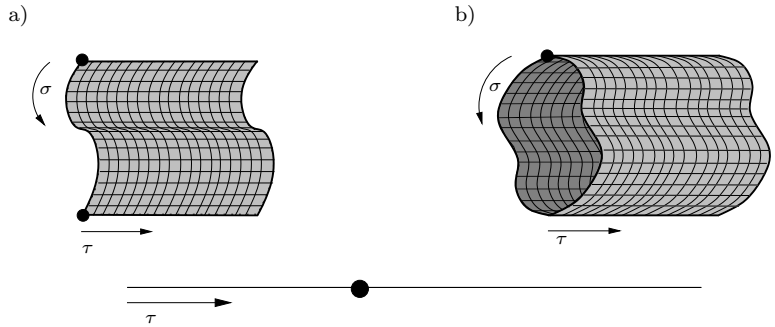
2.1 Introducción a la teoría de cuerdas

2.1.1 La cuerda bosónica

En su concepción clásica, la teoría de cuerdas es una teoría cuántica de campos en la que las partículas puntuales son reemplazadas por diminutos objetos unidimensionales (con longitud proporcional a la *longitud de Planck* $\ell_{str} \propto \ell_{Pl} \sim 10^{-33}$ cm), cuyos modos vibracionales (modos de

Fourier) son interpretados como diferentes partículas a las distancias a las que podemos medir¹⁰. Mientras que la posición de una partícula en D dimensiones puede ser descrita mediante D grados de libertad $X^M(\tau)$, $M = 0, \dots, D-1$, que dependen sólo del parámetro temporal τ , para describir una cuerda dinámica requerimos añadir una coordenada espacial σ , tal que $X^M(\sigma, \tau)$ traza una curva (la cuerda) cuando σ cambia mientras τ permanece fijo. Dependiendo de las condiciones en la frontera, las cuerdas pueden ser cerradas o abiertas (ver fig. 4). A medida que τ cambia, las cuerdas barren una superficie 2D llamada *hoja de mundo*, en la que muchas de sus propiedades tienen una descripción precisa (mediante una teoría *conforme*¹¹ de campo).

Para entender un poco mejor la descripción en la hoja de mundo de cuerdas habitando en nuestro universo, es útil comenzar con mecánica clásica. Una cuerda de longitud ℓ puede ser modelada por un continuo de resortes de masa m y constante k . Llamemos σ a la coordenada espacial que parametriza la curva



descrita por la cuerda, y $X = X(\sigma, \tau)$ a la amplitud del estiramiento del resorte asociado al punto σ al tiempo τ . Dado que el Lagrangiano de un resorte con estas propiedades es $L = \frac{1}{2}m(\partial_\tau X)^2 - \frac{1}{2}k(\partial_\sigma X)^2$, para nuestro sistema obtenemos

Figure 4: La línea de mundo de una partícula puntual es reemplazada por la hoja de mundo 2D barrida por un cuerda a) abierta o b) cerrada.

$$L = \int_0^\ell d\sigma \mathcal{L} = \frac{1}{2} \int_0^\ell d\sigma [m(\partial_\tau X)^2 - k(\partial_\sigma X)^2] = \frac{T}{2} \int_0^\ell d\sigma \partial^\alpha X \partial_\alpha X, \quad (21)$$

en donde $\alpha = 0, 1$ se refiere respectivamente a las coordenadas τ, σ . En la última expresión, hemos aplicado dos pasos. Primero, asumimos que m y k son iguales a la tensión T de la cuerda. Y, segundo, consideramos que la métrica del espacio $\tau - \sigma$ es Lorentziana, i.e. es la matriz 2D diagonal $h_{\alpha\beta} = \text{diag}(1, -1)$.

Es útil comparar la densidad Lagrangiana de nuestra cuerda, $\mathcal{L} = \frac{T}{2} \partial^\alpha X \partial_\alpha X$, en (21) con \mathcal{L}_{Higgs} en (19). Ambas expresiones se asemejan bastante en ausencia de energía potencial V . De hecho, \mathcal{L} tiene la forma de la Lagrangiana para un campo escalar real libre (sin potencial), en un ambiente 2D carente de interacciones de norma (en este caso, la derivada covariante coincide con la parcial). Esto sugiere que la descripción de una cuerda puede entenderse como una QFT bidimensional en la que hay un campo bosónico libre $X(\sigma, \tau)$. Sin embargo, para poder establecer esta conexión, es preciso cuantizar el sistema 2D, considerando que las simetrías clásicas de \mathcal{L} no deben de alterarse en la teoría cuántica (i.e. no debe haber *anomalías*). Este es el trabajo realizado hace cerca de 40 años [18–20]. Para que esta teoría no tuviera ninguna anomalía, se descubrió que se deben incluir 26 campos bosónicos X^M , tal que la Lagrangiana adopta la forma

$$\mathcal{L} = \frac{T}{2} \partial^\alpha X^M \partial_\alpha X_M, \quad M = 0, \dots, 25. \quad (22)$$

Regresando a nuestro estudio de la cuerda clásica, recordamos que X describía la amplitud de oscilación de la cuerda en una dirección de *nuestro* espacio-tiempo. Entonces, la predicción de

¹⁰Para comparar, el núcleo atómico mide aproximadamente 10^{-13} cm y el radio de un electrón es usualmente considerado ligeramente menor, aunque más grande que 10^{-20} cm.

¹¹Este término hace referencia a teorías invariantes bajo un cierto grupo de simetrías; sin embargo, para la teoría de cuerdas considerada aquí, sólo se refiere a una teoría invariante bajo reescalamientos, i.e. donde no existen escalas fijas de ninguna índole.

la teoría de cuerdas que hemos descrito hasta ahora es que el espacio-tiempo tiene 26 direcciones independientes, o bien, 26 dimensiones.

Es importante en este punto remarcar la esencia de lo aprendido hasta aquí. Al escribir el Lagrangiano clásico de una cuerda vibrante, notamos la enorme similitud de éste con el que describe la dinámica de un campo escalar real en el espacio bidimensional llamado hoja de mundo. El campo escalar representa clásicamente la dirección en la que la cuerda vibra. Esto sugiere que, de ser posible cuantizar consistentemente la cuerda, la teoría resultante será una teoría de campos en la hoja de mundo 2D, dando origen a una teoría con espacio-tiempo unidimensional. El ejercicio de cuantizar esta cuerda (*bosónica*) preservando las simetrías clásicas de \mathcal{L} en 2D requiere 26 campos escalares y, por lo tanto, describe un universo con 22 dimensiones extra.

Las ecuaciones de movimiento que surgen a partir de la Lagrangiana (22) usando el formalismo de Euler-Lagrange (5) son muy parecidas a las ecuaciones del electromagnetismo, ec. (3):

$$\partial_\alpha \partial^\alpha X^M = 0. \quad (23)$$

I.e. como era de esperarse, cada X^M se comporta como una onda. La solución de (23) es una serie de Fourier compuesta por *modos vibracionales* que se desplazan hacia un lado (digamos, a la derecha) y otros desplazándose hacia el lado opuesto (a la izquierda) a la velocidad de la luz¹²:

$$X^M = f_R(\sigma - \tau) + f_L(\sigma + \tau) = x^M + p^M \tau + \sum_{n \neq 0} \left(a_n^M e^{\pi i n (\sigma - \tau) / \ell} + \tilde{a}_n^M e^{-\pi i n (\sigma + \tau) / \ell} \right), \quad (24)$$

en donde a_n^M y \tilde{a}_n^M son coeficientes derechos e izquierdos respectivamente, y x^M y p^M denotan la posición y el momento del centro de masa de la cuerda. Para cuerdas cerradas, los modos derechos f_R y los modos izquierdos f_L son independientes.

La solución (24) es válida también cuánticamente. De hecho, esta ecuación puede interpretarse como la superposición de una infinidad de osciladores harmónicos desacoplados, lo cual se vuelve evidente al imponer las relaciones canónicas de conmutación entre X^M y el momento asociado $P^M = \partial \mathcal{L} / \partial (\partial_\tau X^M) = T \partial_\tau X^M$ (con $\hbar = 1$):

$$[X^M(\sigma), P^N(\sigma')] = -i \delta(\sigma - \sigma') \eta^{MN} \Rightarrow [a_n^M, (a_m^N)^\dagger] = [\tilde{a}_n^M, (\tilde{a}_m^N)^\dagger] \propto \eta^{MN} \delta_{m,n}, \quad (25)$$

en donde $n > 0$, $(a_n)^\dagger \propto a_{-n}$ (y análogamente para \tilde{a}_n) y $\eta^{MN} = \text{diag}(1, -1, \dots, -1)$ es la métrica Lorentziana en 26 dimensiones. En el contexto cuántico, entonces, los coeficientes $a_n^\dagger, \tilde{a}_n^\dagger$ (a_n, \tilde{a}_n) juegan el papel de operadores de creación (aniquilación), actuando sobre el vacío del espacio-tiempo 26D. La acción de los operadores de creación sobre el vacío genera el espacio de Hilbert de los estados que llenan el espacio-tiempo. A distancias $\gg \ell_{str} \sim 10^{-33}$ cm, la estructura de las cuerdas es imperceptible y, por tanto, los estados de Hilbert son percibidos como campos que describen partículas puntuales con propiedades familiares, tales como masa y espín.

Rápidamente, en los inicios de la teoría de cuerdas [20], se calculó el *espectro* (i.e. el conjunto de todos los estados de Hilbert) de la *cuerda bosónica* estudiada hasta aquí y se hicieron tres observaciones muy importantes: i) todos los estados descritos son bosones, ii) existe un bosón con masa cuadrada negativa, y iii) existe un bosón con $s = 2$. En la época en la que se esperaba que la teoría de cuerdas funcionara como una descripción de las interacciones fuertes, estas observaciones fueron fatales. Como hemos visto, el SM contiene en su mayor parte fermiones y son los fermiones los que juegan un papel importante en la dinámica de la física nuclear. Además, el estado de masa cuadrada negativa (i.e. un taquión) representa una inestabilidad del vacío de la teoría, o sea que el vacío decae. Estas dos objeciones pueden evitarse en el contexto de la teoría de cuerdas invocando una simetría adicional que explicaremos más abajo. Sin embargo, la última objeción es infranqueable: ninguna partícula elemental relacionada con las interacciones fuertes tiene espín 2.

¹²Recordemos que, en unidades naturales –usadas en estas notas–, $c = 1$.

2.1.2 La primera revolución

Sin embargo, lo que representó la estaca para la teoría de cuerdas como una posible descripción de la fuerza fuerte, fue lo que condujo, una década más tarde, a la denominada *primera revolución* de la teoría de cuerdas. El punto clave es que, si la gravedad logra ser cuantizada, debido a que ésta es una fuerza siempre atractiva y que está relacionada con la métrica del espacio-tiempo, la partícula mediadora de las interacciones gravitacionales llamada gravitón debe tener $s = 2$. En la primera revolución de la teoría de cuerdas, se demostró que ésta no sólo incluye una partícula con las propiedades del gravitón, sino que, además, la acción del gravitón es, en una primera aproximación a bajas energías, la acción de Einstein-Hilbert en 26 dimensiones. Por si fuera poco, debido a la naturaleza extendida de las cuerdas, desaparecen las divergencias ultravioletas, usualmente presentes en otros intentos de gravedad cuántica en los que las partículas son puntuales.¹³ Por lo tanto, uno de los resultados más sorprendentes de la teoría de cuerdas es que provee un ambiente propicio para hablar de gravedad cuántica [20].

Supersimetría. A pesar de esta magnífica noticia, no muchos se convencieron de que una teoría que exhibe sólo bosones y, entre ellos, un taquión, tuviera alguna relevancia física. Sin embargo, poco tiempo después llegó la solución. La respuesta es la llamada *supersimetría* (SUSY). Esta es la máxima extensión de la simetría de Poincaré, que, de existir, prescribe que la física del universo es invariante bajo el intercambio de bosones por fermiones, y viceversa. Como consecuencia, para cada bosón de una teoría, debe existir su supercompañero fermiónico. La pregunta que se planteó entonces es ¿qué pasa si SUSY existe en la hoja de mundo? ¿Cómo afecta esto a la física del espacio-tiempo?

La tarea consistió en incluir, para cada campo bosónico X^M en \mathcal{L} su correspondiente compañero supersimétrico Ψ^M . Esto cambia también las condiciones sobre la inexistencia de anomalías en la versión cuántica. En particular, en lugar de necesitar 26 campos X^M , como en la cuerda bosónica, se requieren 10 parejas (X^M, Ψ^M) para evitar inconsistencias cuánticas. Es decir, las cuerdas supersimétricas predicen un universo 10-dimensional [21, 22].

Por completez, escribamos también en este caso la correspondiente densidad Lagrangiana. Usando lo aprendido sobre la Lagrangiana para el electromagnetismo (ver \mathcal{L}_e en la ec. (7)), podemos conjeturar que la correspondiente Lagrangiana en la hoja de mundo está dada por

$$\mathcal{L} = \frac{T}{2} \left(\partial^\alpha X^M \partial_\alpha X_M + i \bar{\Psi}^M \Gamma^\alpha \partial_\alpha \Psi_M \right), \quad M = 0, \dots, 9, \quad (26)$$

con las matrices bidimensionales de Dirac expresadas como

$$\Gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix} \quad \Gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}. \quad (27)$$

En este caso, tras calcular y resolver las ecuaciones de Euler-Lagrange para todos los campos, se llega a que también Ψ^M puede expresarse como una serie, cuyos modos de oscilación se traducen en operadores de creación y aniquilación en la teoría cuántica. Como en la cuerda bosónica, los operadores de creación inducen estados físicos en el espacio-tiempo 10D.

¹³Históricamente, el mayor de los problemas al cuantizar gravedad es que, al calcular la magnitud de las interacciones gravitacionales (que involucran dos o más lazos) a muy cortas distancias o, equivalentemente, a muy altas energías (de aquí proviene el adjetivo ‘ultravioleta’), aparecen integrales que divergen. Este problema está asociado a interacciones puntuales que no ocurren en teoría de cuerdas porque las interacciones suceden en las superficies que describen la colisión de las cuerdas.

Es posible calcular el espectro de cuerdas supersimétricas, lo que conduce de manera general a las siguientes propiedades: i) la supersimetría es “heredada” de la hoja de mundo al espacio-tiempo, i.e. hay bosones y fermiones en 10D también, ii) no existen taquiones, y iii) el gravitón con su supercompañero, el *gravitino*, forman parte del espectro. Este espectro de estados representa cierto progreso con respecto a QFT, ya que evita los problemas de la cuerda bosónica e incluye la gravedad de manera cuántica. Pero hay más: además de estos estados, existen otros que dependen de las características de las cuerdas bajo consideración, e.g. de si son cerradas o abiertas, si se transforman quiralmente o no.

Las cuerdas supersimétricas se dividen en tipo I y tipo II para cuerdas supersimétricas abiertas y cerradas, respectivamente. La ventaja de las cuerdas tipo I frente a las tipo II es que, como las cuerdas son dinámicas, las cuerdas abiertas del espectro pueden ocasionalmente cerrarse, conduciendo a estados presentes en el espectro de las cuerdas tipo II. Además, la consistencia de la teoría tipo I demanda la existencia del grupo de norma $SO(32)$ con sus respectivos 496 bosones de norma (y los correspondientes supercompañeros fermiónicos llamados *gauginos*). En cambio, en las cuerdas tipo II sólo hay cuerdas cerradas y, con los ingredientes aquí descritos, no aparecen bosones de norma.

Existe un tipo adicional de supercuerdas. Como mencionamos antes, para las cuerdas cerradas los modos de vibración derechos son independientes de los modos de vibración izquierdos. Esta propiedad fue tomada como ventaja para construir un tipo híbrido de supercuerdas llamadas *cuerdas heteróticas* [23, 24].¹⁴ Estas cuerdas son el resultado de combinar una parte de la cuerda tipo II (digamos, la derecha) con una parte de la cuerda bosónica (la izquierda). Es la diferencia en dimensionalidad (26D de la bosónica contra 10D de la tipo II) lo que da 16 grados de libertad bosónicos adicionales a la nueva cuerda supersimétrica 10-dimensional que conducen a los grupos de norma $SO(32)$ y $E_8 \times E_8$. De esta manera, encontramos una posible explicación del origen de los grupos de norma en la física de partículas elementales: si la física observable proviene de las cuerdas tipo I o las heteróticas, los grupos de norma $SO(32)$ o $E_8 \times E_8$ podrían ser los antecesores de las simetrías observadas.

Una propiedad relevante de las cuerdas aquí descritas es que las interacciones entre los campos emergentes de las teorías de cuerdas son proporcionales a una sola constante de acoplamiento g_s (y no tres, como en el SM), de tal manera que, si todas las partículas conocidas surgen de la teoría de cuerdas, entonces basta con medir un solo parámetro para caracterizar completamente las interacciones entre ellas. Esto conduce a un concepto muy popular en la física de partículas elementales: *unificación* de las fuerzas fundamentales. Si la teoría de cuerdas es la raíz de la física observable, entonces todas las fuerzas –con sus correspondientes constantes de acoplamiento g_i – deben surgir de una sola fuerza “madre”, cuya magnitud está determinada por g_s .

En resumen, hemos visto que para lograr consistencia de la teoría de cuerdas es preciso exigir la existencia de una nueva simetría entre bosones y fermiones (SUSY) a energías tan altas como la escala energética de Planck ($M_{Pl} \sim 10^{18}$ GeV). Esta exigencia aunada a las condiciones que

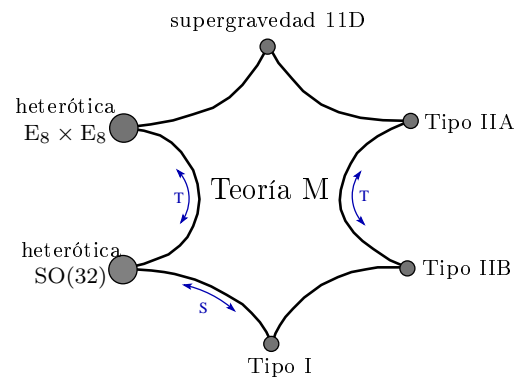


Figure 5: Las teorías de supercuerdas y sus conexiones.

¹⁴La palabra ‘heterosis’ en biología se refiere a la mezcla genética que conduce a especímenes con características más exitosas biológicamente.

permiten que las simetrías clásicas sean preservadas a nivel cuántico predicen que el espacio-tiempo en el que viven las partículas elementales (originadas por las vibraciones de las cuerdas) tiene 10 dimensiones. El espectro de las cuerdas supersimétricas incluyen, además del gravitón, fermiones y, en el caso de la cuerda tipo I y las heteróticas, bosones de norma junto con sus compañeros supersimétricos. Existen sólo 5 teorías de supercuerdas consistentes (ver fig. 5): la tipo I con simetría de norma $SO(32)$, las tipo II (B y A, según tenga fermiones quirales o no), y las cuerdas heteróticas con simetrías de norma $E_8 \times E_8$ y $SO(32)$.

Hagamos una breve reflexión acerca de los retos que estas teorías exhiben al intentar describir nuestro universo (abordaremos con más detalle estos tópicos en la sección 2.2). El mayor de los conflictos es que las cinco teorías de supercuerdas predicen un espacio-tiempo 10-dimensional mientras nuestra experiencia nos indica que existen sólo 4 dimensiones. La forma de evitar este problema es por medio de la *compactificación*, que consiste en considerar que (por alguna razón aún desconocida) las 6 dimensiones extra se distinguen de las 4 observadas en que las primeras son compactas¹⁵ y, además, tan pequeñas que escapan a todo esfuerzo por detectarlas. Dado que la escala fundamental de las cuerdas es aproximadamente la escala de Planck, el hipervolumen del espacio extra mide $\sim (10^{-33} \text{ cm})^6$, que escapa a todo experimento moderno. Otro problema es que nuestro universo no parece ser supersimétrico: e.g. nadie ha observado al compañero bosónico del electrón (llamado *selectrón*), ni al compañero fermiónico del fotón (llamado *foto*). Este problema se soluciona típicamente al invocar un proceso parecido al producido por el mecanismo de Higgs, es decir, SUSY se rompe espontáneamente cuando algún campo supersimétrico adquiere un valor de expectación.

Por otra parte, las simetrías de norma que aparecen en las cuerdas heteróticas son inmensas. Tanto $SO(32)$ como $E_8 \times E_8$ conducen a 496 bosones de norma, mientras que el SM tiene sólo 12. El método habitual para explicar esta discrepancia es nuevamente mediante la compactificación. En general, al compactificar, algunos de los bosones de norma adquieren masas del orden de M_{Pl} , por lo que, a bajas energías, sólo un subgrupo de los grupos de simetría originales es percibido. Finalmente, las cuerdas tipo II en esta primera revisión no contienen grupos de norma, contrario a lo que la física de partículas elementales requiere. Sin embargo, posteriormente se descubrió que la inclusión de hipersuperficies dentro del espacio 10-dimensional produce también otros grupos de norma en las teorías excluidas originalmente. A estos objetos se les llama *D-branas* y son parte importante del segundo gran movimiento “revolucionario” al interior de la teoría de cuerdas.

2.1.3 La segunda revolución

La llamada *segunda revolución* de la teoría de cuerdas ocurrió hace 3 lustros y vió nacer muchas nuevas formas de discutir la física moderna basadas en las herramientas de la teoría. Los ingredientes fundamentales de esta nueva ola de progreso en el campo fueron: i) Dualidades y ii) D-branas.

Dualidades. La mayor contribución de la segunda revolución de la teoría de cuerdas es que proporcionó una forma de incluir efectos no-perturbativos en la teoría, es decir, efectos similares a los de las interacciones fuertes a bajas energías, en los que expansiones en el acoplamiento (g_3 para la fuerza fuerte) no son válidas porque éste no es $\ll 1$. En general, la única clase de teorías que sabemos manipular son teorías perturbativas, en las que expansiones en serie son válidas. La pieza clave para resolver esta cuestión son las dualidades. De manera esquemática, una dualidad puede

¹⁵Por ejemplo, una dimensión compacta podría ser el círculo S^1 de radio R .

entenderse con el siguiente diagrama:

$$\boxed{\text{Teoría A}} \xrightarrow{\text{aprox. A}} \boxed{\text{Teoría emergente}} \xleftarrow{\text{aprox. B}} \boxed{\text{Teoría B}}$$

Se dice que una “Teoría A” es dual a la “Teoría B” si existe una aproximación en cada una de las teorías que conduce independientemente al mismo resultado, al que podemos llamar la “Teoría emergente”.

En teoría de cuerdas, se encontró que hay dos dualidades esenciales, capaces de relacionar a todas las teorías: dualidad T y dualidad S. La teoría A es T-dual a la teoría B si la física resultante al considerar que una de las dimensiones de la Teoría A está *compactificada* en el círculo de radio R es equivalente a la física resultante al compactificar una dimensión de la teoría B en un círculo de radio $1/R$. (Una discusión interesante al respecto se puede encontrar en [25].) Esto quiere decir que, si las dimensiones extra son compactas, los efectos en la física de una teoría cuyo espacio compacto tiene volumen muy pequeño (e.g. $(10^{-33} \text{ cm})^6$) son equivalentes al resultado de hacer las dimensiones de la teoría T-dual muy grandes. Esta conexión es válida entre las teorías tipo II, la tipo IIA es T-dual a la teoría IIB; lo mismo ocurre entre las dos cuerdas heteróticas. Esto reduce el número de teorías de cuerdas independientes de 5 a 3.

Una implicación de este mapeo entre teorías T-duales es que los conceptos geométricos usuales carecen de sentido y deben reemplazarse por un nuevo tipo de “geometría cuántica”, que es descrita matemáticamente por una teoría conforme de campos bidimensional.

Supongamos ahora que la teoría A y teoría B son S-duales. Esto significa que, si \mathcal{O} denota una cierta observable y g es la constante de acoplamiento en las interacciones entre los distintos campos, entonces

$$\mathcal{O}_A(g) = \mathcal{O}_B(1/g). \quad (28)$$

Esta dualidad, cuya identificación [26] fue el primer paso de la segunda revolución de la teoría de cuerdas, generaliza la simetría electricidad-magnetismo de la teoría de Maxwell. En la teoría de Maxwell cuantizada (o sea, QED) la unidad básica de carga magnética q_m es inversamente proporcional a la unidad de carga eléctrica q_e que, como vimos antes, determina la magnitud de las interacciones electromagnéticas. Por lo tanto, la electricidad es S-dual del magnetismo. En la teoría de cuerdas, la dualidad S relaciona la cuerda tipo I con la teoría heterótica $SO(32)$ y la teoría tipo IIB consigo misma. Una interpretación útil de la dualidad S es que una teoría acoplada fuertemente (con $g > 1$) que no puede ser estudiada perturbativamente, puede entenderse estudiando la teoría S-dual con acoplamiento débil (con $g < 1$). Esta interpretación es bastante útil para completar en el entendimiento de las teorías. Por ejemplo, la parte no-perturbativa de la teoría heterótica $SO(32)$ puede entenderse completamente mediante el estudio *perturbativo* de la teoría I.

Es precisamente, la búsqueda de la explicación del comportamiento no-perturbativo de las teorías de cuerdas lo que condujo eventualmente al descubrimiento de la *teoría M*, una teoría 11-dimensional que, en el límite en el que una de sus dimensiones es compacta, conduce a las teorías de cuerdas heterótica $E_8 \times E_8$ y la tipo IIA. De esta manera, todas las teorías pueden relacionarse mediante una combinación de dualidad S, dualidad T y compactificaciones de la teoría M. Esta situación está representada en la fig. 5.

D-branas. En los 90’s, J. Polchinski descubrió que la teoría de cuerdas requiere la inclusión de objetos de mayor dimensionalidad que las cuerdas (unidimensionales), llamadas Dirichlet p-branas o simplemente D-branas [14, 15]. El nombre se deriva de las condiciones a la frontera asignadas a los extremos de cuerdas abiertas. Las cuerdas abiertas usuales de la cuerda tipo I satisfacen una condición (de borde tipo Neumann) que asegura que el momento no fluye hacia o del extremo de la

cuerda. Sin embargo, la dualidad T implica la existencia de cuerdas abiertas duales con posiciones definidas (condiciones de borde tipo Dirichlet) en las dimensiones que son T-transformadas. En general, en las cuerdas tipo II, se pueden considerar cuerdas abiertas con posiciones fijas para los extremos en algunas dimensiones, lo que implica que las cuerdas son forzadas a terminar en una superficie preferida. A primer vista, esto aparenta romper la invariancia relativista de la teoría. Esta paradoja se resuelve al introducir hipersuperficies p-dimensionales en las que las cuerdas abiertas tienen sus extremos.

Se ha probado que objetos de mayor dimensionalidad que las cuerdas inducen efectos no-perturbativos en la teoría. Uno de los aspectos relevantes de las D-branas surge del hecho de que es posible estudiar sus excitaciones usando la misma QFT bidimensional perturbativa (de la hoja de mundo) de las cuerdas abiertas que hemos descrito antes, en lugar de una teoría de campos no-renormalizable sobre el (hiper)volumen de mundo de la D-brana misma. De esta manera, nuevamente encontramos una forma de estudiar efectos no-perturbativos mediante métodos perturbativos (expansiones en series). Es necesario remarcar aquí que las D-branas, así como las cuerdas mismas, son objetos dinámicos, es decir, cambian en el tiempo, lo que puede conducir a efectos no-perturbativos de relevancia cosmológica (como la aparición de agujeros negros).

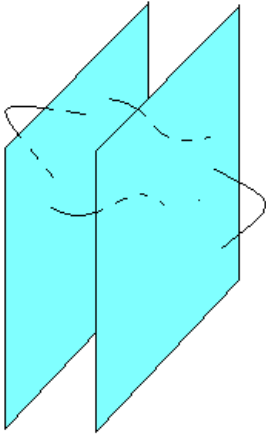


Figure 6: Una pila de 2 D-branas. Las cuerdas abiertas independientes constituyen los 4 bosones del grupo de norma $U(2) = SU(2) \times U(1)$.

Quizá el aspecto más relevante de las D-branas es que conducen a simetrías de norma. Las simetrías de norma nacen al considerar todas las cuerdas abiertas independientes que pueden acoplar sus extremos a una D-brana o a un paquete de D-branas superpuestas. Las cuerdas abiertas consideradas aquí están orientadas, es decir, una cuerda orientada en una dirección no es equivalente a otra orientada en la dirección opuesta. Así, por ejemplo, en el caso de una pila de 2 D-branas superpuestas (cuya separación es nula), existen cuatro cuerdas independientes (ver fig. 6). Dicho de otra manera, para una pila de 2 D-branas, cada extremo de una cuerda abierta puede acoplarse a cualquiera de las 2 D-branas indistintamente, lo que representa 2^2 grados de libertad. En general, para pilas de N branas superpuestas, existen N^2 grados de libertad asociados a las cuerdas abiertas acopladas a la pila. La observación crucial es que los campos asociados a las cuerdas abiertas tienen las mismas propiedades que el campo del fotón y, por lo tanto, corresponden a bosones de norma. Dado que hay N^2 bosones de norma en sistemas de esta clase, el grupo de norma emergente es $U(N)$, el cual es equivalente a $SU(N) \times U(1)$. Esto podría explicar por qué los grupos de norma que aparecen en la física de partículas son precisamente de la forma $SU(N)$ (pudiendo ser $SO(N)$ o cualquier otro).

Las D-branas añadieron una rica estructura matemática a la teoría y, como veremos, abrieron la puerta a muchas posibilidades para construir modelos con propiedades cercanas a las de la física observable.

2.2 Fenomenología de cuerdas

2.2.1 ¿Qué es fenomenología de cuerdas?

En la actualidad, existen dos visiones de la teoría de cuerdas: las podemos llamar la visión “clásica” y la visión “moderna”. Éstas persiguen finalidades un poco diferentes que, en ocasiones, son consideradas ortogonales y están basadas en métodos matemáticos que difieren frecuentemente. Sin

embargo, ambas visiones estudian diversos aspectos de nuestro universo 4-dimensional mediante la aplicación de la magnífica estructura que la teoría de cuerdas ofrece. En la visión clásica, la teoría de cuerdas representa el origen de toda la física conocida. Es decir, una vez que todos los detalles de la teoría de cuerdas sean entendidos, se podrá identificar un modelo preferido que conduce a las interacciones del SM y al modelo cosmológico, dando respuesta a todas las interrogantes que estos admiten. En la visión clásica, pues, la teoría de cuerdas es la teoría de todo, la teoría final. Con este espíritu, se construyen modelos basados con las herramientas disponibles en la teoría (branas, compactificaciones, dualidades, . . .) que reproduzcan las características de nuestro universo y/o que den solución a los problemas sin resolver de la física moderna. La apuesta es que, eventualmente, se identificará el modelo ideal y, al mismo tiempo, el proceso dinámico que reduce la teoría de cuerdas a ese modelo.

El propósito en la visión clásica de la fenomenología de cuerdas es, pues, establecer lazos entre la teoría de cuerdas y las teorías bien fundamentadas experimentalmente a bajas energías. Así, se considera que la física de partículas elementales y macroscópica *emerge* de la teoría fundamental (como la mecánica clásica debe surgir de la mecánica cuántica) y que esta teoría fundamental es la teoría de cuerdas.

En la visión moderna, se abandona la ambiciosa tarea de la búsqueda de una teoría fundamental que dé la explicación de las preguntas más profundas de la física contemporánea. En su lugar, se usa a la teoría de cuerdas como una fuente de herramientas matemáticas que, empleadas dentro o fuera del contexto de la teoría de cuerdas, puedan resolver algún problema de la física actual. El máximo exponente de esta visión es posiblemente la dualidad norma/gravedad o correspondencia AdS/CFT o dualidad de Maldacena [27]. Descubierta como una aplicación del principio holográfico usual en discusiones sobre agujeros negros, esta dualidad ha probado ser útil para describir sistemas con interacciones fuertes, tales como superconductores, agujeros negros, el plasma de quarks y gluones, movimiento Browniano, entre otros. Se recomienda [28] como una revisión más detallada y útil para entender esta dualidad.

En estas notas, nosotros adoptamos la visión clásica. Partiendo de la teoría de cuerdas, describiremos algunos de los métodos conocidos que pueden conducir al SM, dejando de lado (para un paso posterior) los aspectos cosmológicos que, a pesar de ser omitidos en nuestra discusión, también están incluidos en los modelos aquí presentados. En el camino hacia el SM, sin embargo, hay una barrera que deberemos cruzar. Por construcción, el espacio-tiempo de una teoría de cuerdas in-

Teoría de cuerdas	Fenomenología	Nuestro universo
10 dimensiones M^{10}	$M^{10} \rightarrow M^4 \times X_6$	4 dimensiones M^4
SUSY	$SUSY \rightarrow \cancel{SUSY}$	\cancel{SUSY}
grupos de norma	\checkmark	$SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$
1 acoplamiento g_s	$g_s \rightarrow g_Y, g_2, g_3$	3 acoplamientos g_Y, g_2, g_3
$E \geq M_{Pl} \sim 10^{18}$ GeV	teoría efectiva	$E \leq M_{EW} \sim 10^2$ GeV
cuerdas		campos
gravitón+campos de norma	\downarrow	campos de norma+quarks+leptones
gravedad cuántica	paso intermedio	gravedad clásica
estructura \rightarrow simetrías	MSSM en 4D?	simetrías <i>ad hoc</i>

Table 2: Visión clásica de la fenomenología de cuerdas. La fenomenología de cuerdas establece el vínculo que relaciona a la física conocida a bajas energías con la teoría de cuerdas. En este contexto, la física de bajas energías es un límite *efectivo* de una teoría más *fundamental*, así como la mecánica clásica es considerada el límite macroscópico (de más bajas energías) de la mecánica cuántica.

cluye SUSY, i.e. incluye una simetría que requiere que todo fermión cuente con un supercompañero bosónico y, viceversa, que exista un fermión para todo bosón de la teoría. Si las cuerdas describen el SM, seguramente existen los supercompañeros de todas las partículas de la tabla 1. La versión completa del SM es llamada *MSSM* y se trata de una teoría de partículas supersimétrica. Es sensato, entonces, comenzar nuestra búsqueda de la física observable como una búsqueda del MSSM en el contexto de la teoría de cuerdas. En la sección 2.2.2, estudiaremos las características del MSSM.

En la tabla 2 esbozamos las metodologías de fenomenología de cuerdas que seguimos. La primera columna describe las propiedades de la teoría de cuerdas discutidas en la sec. 2.1.2: espacio-tiempo 10-dimensional con métrica Lorentziana denotado como \mathbb{M}^{10} ; SUSY tanto en la hoja de mundo como en el espacio-tiempo; (enormes) grupos de norma; 1 solo acoplamiento que determina la amplitud de las interacciones entre cuerdas; validez de la teoría a energías tan altas como la escala energética de Planck; los objetos elementales no son partículas sino cuerdas; e incluye simetrías de norma para todas las fuerzas fundamentales sin despreciar la gravedad, además de otras simetrías que provienen directamente de la estructura del espacio-tiempo. En la tercera columna, a manera de comparación, describimos las propiedades esenciales de la física conocida, como fue descrita en la sección 1.2: espacio-tiempo 4-dimensional tipo Minkowski \mathbb{M}^4 ; no hay SUSY o, en el mejor de los casos, la supersimetría está rota, *SUSY*; grupos de norma (pequeños) para tres interacciones fundamentales; 3 acoplamientos g_i que determinan la magnitud de las interacciones de norma; validez de la teoría hasta las energías actualmente corroboradas en los aceleradores de partículas; los objetos elementales son campos que describen partículas; incluye a todas las partículas observadas (quarks y leptones) con sus respectivos mediadores de 3 de las 4 interacciones; sin embargo, la gravedad no es incluida en el tratamiento cuántico y todas las simetrías consideradas son puestas *a mano*.

En la segunda columna de la tabla 2 planteamos la sugerencia de la teoría de cuerdas para tratar las discrepancias. Primero, 6 de las 10 dimensiones de \mathbb{M}^{10} son *compactificadas* en una variedad compacta X_6 , tal que

$$\mathbb{M}^{10} = \mathbb{M}^4 \times X_6, \quad (29)$$

en donde \mathbb{M}^4 describe la geometría del espacio-tiempo que nos es familiar. En general, la variedad X_6 debe tener un volumen < 0.1 mm, para poder escapar a las mediciones y una estructura que, por motivos explicados en sección 2.2.2, preserva SUSY en 4 dimensiones. El rompimiento de la SUSY remanente requiere de la existencia de un *sector oculto*¹⁶ en el que SUSY es rota de forma similar a como $SU(2)_L \times U(1)_Y$ es rota mediante el mecanismo de Higgs, i.e. cuando, dinámicamente, un campo supersimétrico adquiere un valor de expectación en el vacío. Es necesario concebir un mecanismo de transmisión o mediación de este rompimiento “oculto” de SUSY hacia el sector observable. En general, al menos la gravedad establecerá dicha mediación. Dado que la teoría de cuerdas da origen a grupos de norma, la tarea es concebir una compactificación con elementos tales que permitan la aparición del grupo de norma del SM, permitiendo así, a partir del valor de la constante de acoplamiento de cuerdas g_s derivar los valores de las constantes de acoplamiento de las tres fuerzas fundamentales del SM.

2.2.2 El modelo mínimo supersimétrico MSSM

Como mencionamos antes, entre la teoría de (super)cuerdas y el SM hay un paso intermedio: la mínima extensión supersimétrica del SM (MSSM, por sus siglas en inglés). La única diferencia entre

¹⁶Un “sector oculto” de la teoría es aquél cuyas partículas y fuerzas sólo interactúan gravitacionalmente con las partículas y fuerzas del MSSM que forman el *sector observable*.

el SM y el MSSM es que se incluyen los compañeros supersimétricos para todas las partículas de la tabla 1. La nomenclatura supersimétrica es la siguiente: el compañero bosónico de un fermión ψ del SM tiene el mismo nombre con el prefijo $s-$ y es denotado $\tilde{\psi}$. Por ejemplo, los compañeros del electrón y del quark top son, respectivamente, el *selectrón* \tilde{e} y el *stop* \tilde{t} . El compañero fermiónico de un bosón φ del SM añade el sufijo $-ino$ al nombre original y se denota como $\tilde{\varphi}$; por ejemplo, \tilde{H} es un *Higgsino* y \tilde{W} es un *wino*. La sola excepción a estas reglas es el *gravitino* $\tilde{\chi}$ que es el compañero del gravitón $g_{\mu\nu}$. Sin embargo, no será considerado en adelante porque no forma parte del MSSM. Todas las nuevas partículas supersimétricas tienen los mismos números cuánticos que sus compañeros presentes en el SM, i.e. los especificados en la tabla 1, salvo por el espín. Los supercompañeros de los quarks y leptones, i.e. los squarks y sleptons, tienen $s = 0$, mientras que los gauginos (compañeros de los bosones de norma) tienen spin $s = 1/2$. Los Higgsinos también tienen $s = 1/2$.

El MSSM, como lo hemos definido arriba tiene un problema. Debido a la estructura de supersimetría, un sólo *supercampo* de Higgs no puede participar en las interacciones de Yukawa (ver ec. (20)) para ambos quarks u y d (y sus copias más pesadas). Además, si se incluye un sólo Higgsino, éste destruye la cancelación de anomalías de norma. Para resolver ambos conflictos es necesario añadir un segundo bosón de Higgs H' con su respectivo Higgsino. El segundo Higgs difiere del Higgs original en su hipercarga, $q_Y(H') = +\frac{1}{2}$.

Un ingrediente adicional en el MSSM es la llamada paridad R. La paridad R es una simetría \mathbb{Z}_2 que asigna carga $+1$ a todas las partículas del SM y carga -1 a sus supercompañeros. De esta manera, dado que la paridad R total en todo tipo de interacciones debe ser $+1$, los supercompañeros de las partículas del SM sólo interactúan en pares. Por ejemplo, mientras que la interacción fotino-selectrón-positrón $\tilde{A}_\mu \tilde{e} \bar{e}$ tiene paridad total $(-1)(-1)(+1) = +1$ y está permitida en el MSSM, la interacción fotino-electrón-positrón $\tilde{A}_\mu e \bar{e}$ con paridad $(-1)(+1)(+1) = -1$ está prohibida. Una consecuencia inmediata es que la partícula supersimétrica más ligera no puede decaer en partículas del SM y, por lo tanto, es estable. Esto provee una partícula escalar (porque tiene $s = 0$) que podría explicar el origen de la materia oscura. La razón para añadir esta paridad es que, en su ausencia, la vida del protón sería de una fracción de segundo mientras que experimentos sitúan la vida media del protón como $> 10^{35}$ años.

El MSSM es la propuesta más elegante y simple para poder evitar el problema de jerarquía del SM explicado en la sección 1.2.2. Debido a la presencia de nuevas partículas (los supercompañeros), hay más contribuciones a la masa (o energía) del Higgs del SM. De manera contraintuitiva, las nuevas contribuciones cancelan las contribuciones de las partículas del SM, incluso cuando SUSY es ligeramente rota. Así, tenemos que la supersimetría, una simetría que aparece de manera natural en la teoría de cuerdas, parece ser un requisito fundamental para garantizar la consistencia de la física de partículas. Para algunos, la existencia de SUSY es una predicción de la teoría de cuerdas que probablemente será pronto confirmada en el acelerador LHC.

Así, pues, en un primer paso hacia la descripción de la naturaleza, la teoría de cuerdas debe proporcionar una estructura que contenga el MSSM.

2.2.3 Compactificaciones

Como hemos dicho antes, la forma canónica de explicar la indetectabilidad de las dimensiones extra predichas por la teoría de cuerdas es mediante el proceso de compactificación, matemáticamente establecido en ec. (29).

El espacio compacto 6-dimensional X_6 debe tener una estructura tal que no incluya inconsistencias en la teoría y que preserve SUSY en 4D, con la finalidad de llegar al MSSM, resolviendo el problema de jerarquía del SM. Con esta finalidad, una característica que debemos demandar de X_6

es *grupo de holonomía* $SU(3)$ o un subgrupo de $SU(3)$ más grande que $SU(2)$.¹⁷ Las variedades 6D que tienen esta propiedad y que además son suaves (contínuas) se llaman variedades de Calabi-Yau (CY) en honor a sus descubridores. La figura 7 presenta una proyección 3D de la variedad CY cuántica.

La propuesta de solicitar que el espacio 6D compacto fuera una CY data de hace más de 20 años [29]. En la propuesta original, se compactificó el espacio extra de la cuerda heterótica con grupo de norma $E_8 \times E_8$ y se notó que, sin otros ingredientes, el grupo de norma en 4D es reducido a $E_6 \times E_8$. Si se considera que el segundo factor E_8 corresponde a un sector oculto, entonces el sector observable, con grupo E_6 , contiene 4 **27**-pletos (análogos a los dobletes de $SU(2)_L$, pero con 27 partículas) que corresponden a 4 generaciones de quarks y leptones (más materia adicional) en el lenguaje de las teorías de gran unificación (ver e.g. [7] para mayores detalles sobre estas teorías). Este modelo tiene una serie de problemas: el grupo de norma del MSSM no es E_6 , el MSSM tiene 3 generaciones y no 4, y no hay forma de evitar las partículas adicionales (e.g. el número de bosones de norma en E_6 es 78, mientras que el MSSM sólo tiene 12). Sin embargo, la enorme cualidad de este modelo es que sentó las bases de cómo se podría lograr una compactificación a 4D y romper la simetría de norma original al mismo tiempo.

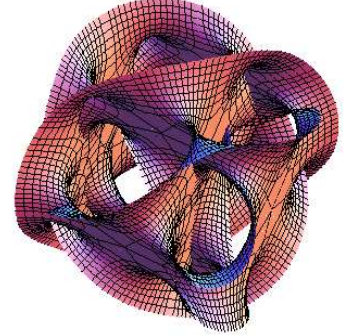


Figure 7: Proyección tridimensional de la variedad CY llamada cuántica.

Actualmente se sabe que no sólo las cuerdas heteróticas pueden compactificarse en variedades CY, sino que todas las variantes de la teoría de cuerdas admiten dicha compactificación. Además, también se sabe que es posible obtener exactamente los estados del MSSM [30] cargados bajo el grupo de norma $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)_{B-L}$. La simetría de norma $U(1)_{B-L}$ (con B número hadrónico –de hecho, bariónico– y L número leptónico) no es una simetría de norma del MSSM. Aunque es un modelo atractivo, la incapacidad de liberarnos de la simetría de norma adicional motiva buscar nuevos modelos. Una desventaja de las compactificaciones tipo CY es que representan matemáticamente todo un reto. De hecho, incluso los matemáticos han sido incapaces de clasificar todas las variedades de este tipo. Por otra parte, hasta la fecha de estas notas, no existe un método práctico y confiable de calcular la magnitud de las interacciones entre los campos originados por la teoría de cuerdas, lo que le resta capacidad predictiva a los modelos. La pregunta es, entonces, si existe una forma más simple de llegar a mejores resultados que los descritos aquí.

La respuesta no se hizo esperar. Poco tiempo después de la propuesta de las compactificaciones en variedades CY, llegó una nueva sugerencia. Las compactificaciones de la teoría 10D en un orbifold 6D es, por excelencia, la forma más simple y prometedora de compactificar consistentemente cualquiera de los tipos de cuerdas [31, 32]. Un orbifold es el resultado de dividir una variedad compacta por una de sus simetrías discretas. Por ejemplo, supongamos que una teoría posee una sola dimensión adicional X , como propusieron Kaluza y Klein hace casi un siglo. Como se muestra en la figura 8, la dimensión adicional se puede “enrollar” para formar una variedad S^1 aplicando la identificación $X \simeq X + 2\pi R$, con R el radio que define el “tamaño” del espacio compacto. El orbifold 1D se logra al dividir una de las simetrías discretas de esta variedad. La única simetría disponible es una reflexión $X \simeq -X$, cuyo grupo es \mathbb{Z}_2 (porque al aplicarla dos veces equivale a la

¹⁷El grupo de holonomía se determina estudiando todos los vectores que resultan del transporte paralelo a lo largo de curvas cerradas sobre la superficie de una variedad compacta. Por ejemplo, el grupo de holonomía del círculo S^1 es trivial (porque, el transporte paralelo de un vector en curvas cerradas sobre S^1 conduce siempre a sí mismo), mientras que el grupo de holonomía de S^2 es el grupo de rotaciones en el plano 2D tangente a cada punto de la esfera, i.e. $SO(2)$

acción de la identidad).

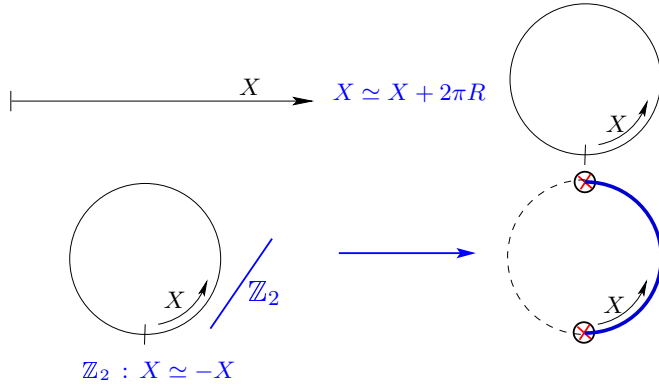


Figure 8: Orbifold 1-dimensional \mathbb{Z}_2 . Una dimensión es compactificada en S^1 y entonces una simetría discreta \mathbb{Z}_2 es dividida.

El resultado de la compactificación de la dimensión adicional en el orbifold \mathbb{Z}_2 es que el *dominio fundamental* de la variedad, i.e. la descripción de la dimensión entera, se reduce a la mitad del dominio en S^1 . Aunado a este efecto, surgen dos puntos que no son alterados por la reflexión \mathbb{Z}_2 . Estos puntos fijos son singularidades de curvatura del orbifold, i.e. el escalar de curvatura diverge en esos puntos. Estas divergencias

podrían parecer peligrosas, pero debemos recordar que habitan en el espacio compacto y no en el espacio-tiempo 4D \mathbb{M}^4 , el cual es ortogonal a la dimensión compacta. En este caso, si $R < 0.1$ mm, la dimensión extra puede escapar al más riguroso intento de medición.¹⁸

Nuestro objetivo es aplicar este tipo de compactificaciones a las teorías de cuerdas. El procedimiento habitual consiste en compactificar las 6 dimensiones adicionales en un toro 6D factorizable, i.e. $T^6 = T^2 \times T^2 \times T^2$. El orbifold 6D se obtiene al dividir una simetría discreta de T^6 . Por ejemplo, consideremos el orbifold $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ de la figura 9. En este caso, una simetría \mathbb{Z}_2 es dividida a cada T^2 , lo que quiere decir que, como en el caso 1D, sólo se efectúa la identificación $X^i \simeq -X^i$ con $i = 1, \dots, 6$. En este caso, el dominio fundamental del espacio compacto se reduce a la mitad y produce 4 puntos invariantes (bajo $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$) en cada uno de los T^2 .

Los puntos fijos son singularidades de curvatura en el espacio compacto que pueden interpretarse como las esquinas de 3 tetrahedros ortogonales. El grupo de holonomía del orbifold 6D es, en general, un subgrupo discreto de $SU(3)$ que no puede incorporarse en $SU(2)$. Esto, como en el caso de las variedades CY, conduce a SUSY en 4D.

Este procedimiento es particularmente útil en las cuerdas heteróticas, que es donde se aplicó por vez primera [31,32]. Dependiendo de los detalles geométricos de T^6 y la simetría discreta elegida para dividirlo, los grupos de norma originales, $SO(32)$ o $E_8 \times E_8$, son rotos a subgrupos que sobreviven en 4D.

Recientemente, en el llamado *Minilandscape heterótico* [33,34], que divide una simetría \mathbb{Z}_6 al toro T^6 , se exploraron 10 millones de modelos en búsqueda de construcciones que reproduzcan el

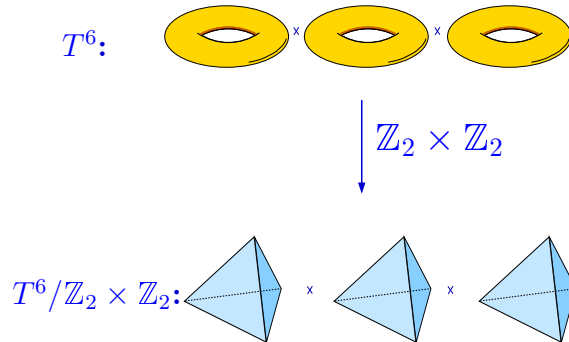


Figure 9: Orbifold 6-dimensional $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$. 6 dimensiones son compactificadas en $T^6 = T^2 \times T^2 \times T^2$ y entonces una simetría discreta $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ es dividida.

¹⁸Una forma de verificar si existen dimensiones extra compactificadas es midiendo la validez de la teoría de Newton a pequeñas escalas. De acuerdo a la teoría de la gravedad, la potencia de la distancia en la fuerza gravitacional cambia ante la presencia de dimensiones extra, cuando la detección se realiza por debajo del tamaño de dicha dimensión.

MSSM. Se encontraron alrededor de 300 modelos con las siguientes propiedades:

- el grupo de norma del MSSM,
- paridad R para evitar el decaimiento rápido del protón [35],
- el espectro exacto (sin partículas adicionales) del MSSM,
- unificación de todas las constantes de acoplamiento a altas energías,
- escala de rompimiento de SUSY consistente con la solución del problema de jerarquía [36],
- mecanismo de sube-y-baja para generar masas de los neutrinos [37],

y otras características, tales como la posibilidad de resolver el problema de CP fuerte, posibles extensiones del MSSM con partículas neutras adicionales (el NMSSM), simetrías que podrían asegurar la estabilidad del protón en toda la historia del universo, entre otras.

En estos modelos, las generaciones de quarks y leptones del MSSM provienen de cuerdas que se encuentran localizadas en las singularidades de curvatura del orbifold, proveyendo así una posible explicación de por qué existen 3 generaciones y no otro número arbitrario. Además, dado que los puntos fijos forman polihedros, las generaciones se someten a las simetrías discretas (y no abelianas) de estas topologías, lo que conduce a *simetrías de sabor* que podrían explicar la magnitud de las masas y la estructura de mezclas de los quarks y leptones.

Un detalle a destacar en estas construcciones es la estadística obtenida. Si bien, 300 modelos prometedores entre 10 millones no suena muy alentador, la situación en muchos otros arreglos de cuerdas es bastante menos halagadora. Por ejemplo, en los modelos con D-branas que estamos a punto de evaluar, no existe hasta hoy un solo modelo que contenga todas las características que acabamos de exponer. Sin embargo, es posible que los modelos con branas más prometedores estén aguardando ser descubiertos pronto. Además, nada nos dice que una buena estadística conduzca al modelo que describe la naturaleza.

2.2.4 Mundos Brana

Otra forma de llegar a modelos de cuerdas que originen el MSSM es conocida como *mundos brana*. En este tipo de modelos, comenzando con las teorías de cuerdas tipo II, el espacio compacto se puede considerar tan grande como una fracción de milímetro porque la física que afecta a nuestro universo se encuentra en la intersección de distintas D-branas y por lo tanto, nuestras observaciones no son sensibles al tamaño de todo el espacio-tiempo 10D. O sea, los mundos brana asumen que el análisis se puede realizar de manera local en donde las D-branas estén localizadas \rightarrow la estructura local es más importante que la global.

En estos escenarios, pilas de D-branas de distinta dimensionalidad, como las descritas en la sección 2.1.3, se enredan alrededor de ciclos no contractibles en regiones especiales del espacio compacto. No es difícil imaginar en estas construcciones arreglos en los que exista un paquete de 3 D-branas, un paquete de 2 D-branas y un paquete de una D-brana que darían origen al grupo de norma $U(3) \times U(2) \times U(1) \supset SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$.

Lo difícil de estos modelos es incluir las partículas del MSSM. Estas son creadas en las intersecciones de las D-branas. Son las cuerdas abiertas que comunican a branas de distintas pilas de D-branas las responsables de la materia fermiónica del SM. Por ejemplo, de los números cuánticos de la tabla 1, sabemos que un quark u_L (y su supercompañero) se transforma como un **3** bajo $SU(3)_c$ y como un **2** bajo $SU(2)_L$. Para conseguir esta situación, se requiere que exista una cuerda abierta que comunique la pila de 3 D-branas con la pila de 2 D-branas.

Hace casi una década, se descubrió el primer modelo consistente con los ingredientes citados [39]. Como se muestra en la figura 10, la mínima configuración consistente requiere de 4 paquetes de branas, en lugar de 3. Los paquetes de branas se intersectan de forma tal que producen tanto los quarks como los leptones izquierdos y derechos de una generación de quarks y leptones en el MSSM.

Una vez obtenida una generación de quarks y leptones, la siguiente tarea no trivial es obtener la multiplicidad de 3. En la figura 11, usamos un ejemplo en el que el espacio que envuelven las D-branas es un toro.

En este caso, dependiendo del ángulo en el que las D-branas se intersecten, esta intersección puede ocurrir más de una vez. En la figura, hemos representado esquemáticamente la intersección de las branas que conducen a $U(3)$ (en verde/horizontal) y las branas que conducen a $U(2)$ (en negro). Las estrellas marcan el punto de intersección y también la localización de los 3 quarks izquierdos Q_L .

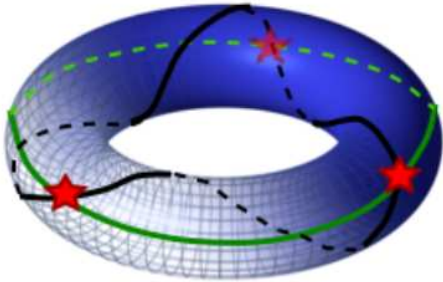


Figure 11: 3 generaciones como intersecciones en un toro. (Imagen cortesía de [38]).

En este caso, dependiendo del ángulo en el que las D-branas se intersecten, esta intersección puede ocurrir más de una vez. En la figura, hemos representado esquemáticamente la intersección de las branas que conducen a $U(3)$ (en verde/horizontal) y las branas que conducen a $U(2)$ (en negro). Las estrellas marcan el punto de intersección y también la localización de los 3 quarks izquierdos Q_L .

En resumen, hemos visto en esta sección que existen métodos capaces de conducir a modelos que reproducen muchas cualidades del MSSM. Sin embargo, antes de comenzar a trazar posibles predicciones quedan muchas preguntas por resolver. En particular, la magnitud de las interacciones calculada con los métodos existentes en general conduce a funciones de ciertos campos escalares llamados *módulos*, cuyos valores en el vacío de la teoría no está fijos. Para poder reflejar los datos experimentales, es necesario comprender la naturaleza de los módulos y los procesos dinámicos que podrían conducir a un valor preferido. Además, es posible que, incluso tras lograr entender y

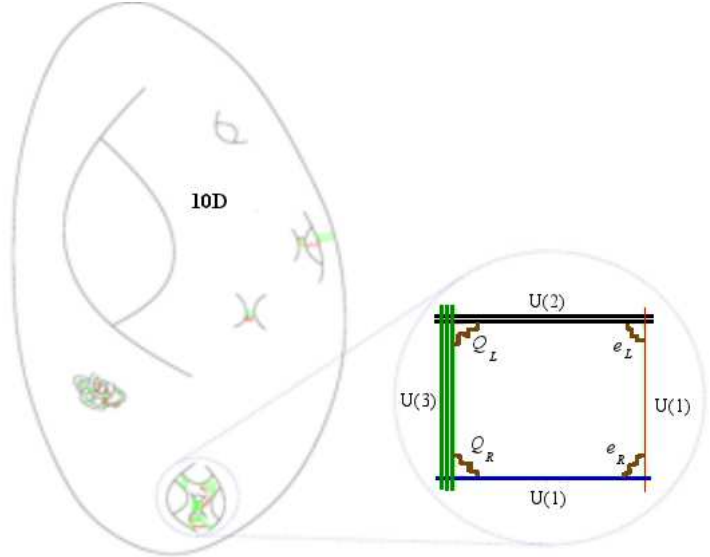


Figure 10: El SM como producto de D-branas en intersección. Los quarks y leptones (derechos e izquierdos) surgen en las intersecciones de un sistema con D-branas que conduce al grupo de norma $U(3) \times U(2) \times U(1)^2$. (Imagen cortesía de [38]).

Una tarea poco trivial en este tipo de modelos es la cancelación de anomalías. Dado que estas construcciones asumen un estudio local (en una pequeña región del espacio-tiempo) de las propiedades físicas del universo, se dejan de lado otros aspectos del mismo modelo que estarían sucediendo en otras regiones del espacio 10D. Esto provoca que, si bien las anomalías podrían ser canceladas localmente en la región en donde el SM aparece, también podría ocurrir que lejos de esta región aparecen nuevas contribuciones anómalas. Hoy se sabe que sí es posible logara la cancelación de anomalías en algunas construcciones particulares y que, al mismo tiempo, es posible encontrar modelos con la simetría de norma del MSSM y los campos requeridos por éste [40]. Lamentablemente, aún es controversial si

estabilizar los valores de los módulos, las predicciones no coincidan con los datos experimentales. De ser este el caso, el paso a seguir es continuar la búsqueda de modelos más prometedores, guiada por la experiencia adquirida en el paso anterior. Por supuesto, para cada modelo prometedor es imprescindible explorar todas sus propiedades y exigir que arroje datos que puedan ser corroborados experimentalmente. Estas son las tareas que la fenomenología de teoría de cuerdas tiene por delante y que deparan un sinnúmero de retos para los físicos de hoy.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente apoyado por el proyecto CONACyT 82291 y el proyecto DGAPA IA101811.

References

- [1] Peskin M E and Schroeder D V *An Introduction to quantum field theory* reading, USA: Addison-Wesley (1995) 842 p.
- [2] Einstein A 1909 *Physikalische Zeitschrift* **10** 817–825
- [3] Debye P 1910 *Annalen der Physik* **338** 1427–1434
- [4] Born, M and Heisenberg, W and Jordan, P 1926 *Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei* **35**(8) 557–615
- [5] Dirac P A M 1927 *Royal Society of London Proceedings Series A* **114** 243–265
- [6] Feynman R *QED: The strange theory of light and matter*. princeton University Press (1985). ISBN 0-691-08388-6
- [7] Slansky R 1981 *Phys. Rept.* **79** 1–128
- [8] Cahn R N 1984 *Semisimple Lie algebras and their representations* (Benjamin/cummings) 158 P. URL <http://phyweb.lbl.gov/~rncahn/www/liealgebras/book.html>
- [9] ATLAS-Collaboration 2011 Combination of higgs boson searches with up to 4.9 fb^{-1} of pp collision data taken at $\sqrt{s} = 7 \text{ tev}$ with the atlas experiment at the lhc ATLAS-CONF-2011-163
- [10] CMS-Collaboration 2011 Combination of cms searches for a standard model higgs boson CMS PAS HIG-11-032
- [11] Erler J 2012 (*Preprint 1201.0695*)
- [12] Green M B, Schwarz J H and Witten E *Superstring Theory. Vol. 1: Introduction* cambridge, Uk: Univ. Pr. (1987) 469 P.
- [13] Green M B, Schwarz J H and Witten E *Superstring Theory. Vol. 2: Loop amplitudes, anomalies and phenomenology* cambridge, Uk: Univ. Pr. (1987) 596 P.
- [14] Polchinski J *String theory. Vol. 1: An introduction to the bosonic string* cambridge, UK: Univ. Pr. (1998) 402 p
- [15] Polchinski J 1998 *String theory. Vol. 2: Superstring theory and beyond* (Cambridge, UK: Univ. Pr.) 531 P.
- [16] Bailin D and Love A *Supersymmetric gauge field theory and string theory* bristol, UK: IOP (1994) 322 p. (Graduate student series in physics)
- [17] Green B *The elegant universe*. vintage Books (2000) 448 p.
- [18] Yoneya T 1973 *Nuovo Cim. Lett.* **8** 951–955
- [19] Yoneya T 1974 *Prog. Theor. Phys.* **51** 1907–1920
- [20] Scherk J and Schwarz J H 1974 *Nucl. Phys.* **B81** 118–144
- [21] Gliozzi F, Scherk J and Olive D I 1977 *Nucl. Phys.* **B122** 253–290
- [22] Brink L, Schwarz J H and Scherk J 1977 *Nucl. Phys.* **B121** 77
- [23] Gross D J, Harvey J A, Martinec E J and Rohm R 1985 *Phys. Rev. Lett.* **54** 502–505
- [24] Gross D J, Harvey J A, Martinec E J and Rohm R 1985 *Nucl. Phys.* **B256** 253
- [25] Witten E 1996 *Phys. Today* **49N4** 24–30
- [26] Font A, Ibáñez L E, Lüist D and Quevedo F 1990 *Phys. Lett.* **B249** 35–43

- [27] Maldacena J M 1998 *Adv. Theor. Math. Phys.* **2** 231–252 (*Preprint hep-th/9711200*)
- [28] Aharony O, Gubser S S, Maldacena J M, Ooguri H and Oz Y 2000 *Phys. Rept.* **323** 183–386 (*Preprint hep-th/9905111*)
- [29] Candelas P, Horowitz G T, Strominger A and Witten E 1985 *Nucl. Phys.* **B258** 46–74
- [30] Braun V, He Y H, Ovrut B A and Pantev T 2005 *Phys. Lett.* **B618** 252–258 (*Preprint hep-th/0501070*)
- [31] Dixon L J, Harvey J A, Vafa C and Witten E 1985 *Nucl. Phys.* **B261** 678–686
- [32] Dixon L J, Harvey J A, Vafa C and Witten E 1986 *Nucl. Phys.* **B274** 285–314
- [33] Lebedev O *et al.* 2007 *Phys. Lett.* **B645** 88–94 (*Preprint hep-th/0611095*)
- [34] Lebedev O, Nilles H P, Ramos-Sánchez S, Ratz M and Vaudrevange P K S 2008 *Phys. Lett.* **B668** 331–335 (*Preprint 0807.4384*)
- [35] Lebedev O *et al.* 2008 *Phys. Rev.* **D77** 046013 (*Preprint arXiv:0708.2691 [hep-th]*)
- [36] Lebedev O *et al.* 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 181602 (*Preprint hep-th/0611203*)
- [37] Buchmüller W, Hamaguchi K, Lebedev O, Ramos-Sánchez S and Ratz M 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 021601 (*Preprint hep-ph/0703078*)
- [38] Uranga A 2010 *J. Phys. Conf. Ser.* **259** 012014
- [39] Cremades D, Ibanez L E and Marchesano F 2002 *Nucl. Phys.* **B643** 93–130 (*Preprint hep-th/0205074*)
- [40] Gmeiner F and Honecker G 2008 *JHEP* **07** 052 (*Preprint 0806.3039*)