Dinámica

José Jesús MENA DELGADILLO

La Dinámica es parte de la Mecánica Clásica cuya finalidad consiste en el estudio del movimiento de los cuerpos importando las causas que lo produce, considerando a estos cuerpos independientemente de sus dimensiones y naturaleza como partículas, esto para simplificar la teoría y aplicación de la Mecánica Clásica que es nuestro tema de estudio, algunas de las restricciones que hay que considerar corresponden a lo siguiente:

a) Los cuerpos que estudiaremos se desplazan a velocidades muy bajas con respecto a la velocidad de la luz. ($c = 3 \times 10^8$ m / s) donde c es el valor de la velocidad de la luz en el vacío.

b) a su vez estos cuerpos son macroscópicos, es decir se observan sin necesidad de un microscopio.

En el primer caso si la velocidad del cuerpo es cercana a la velocidad de la luz se aplica la teoría de la Relatividad, en el segundo caso se aplica la Mecánica cuántica.

En el presente estudio de la Mecánica Clásica como se ha mencionado nos limitaremos a los casos de objetos grandes que se mueven con velocidades muy pequeñas comparada con la velocidad de la luz. Precisando los términos, no nos plantearemos en esta parte el comportamiento del movimiento de un electrón en un átomo de Uranio o el choque de dos protones cuya velocidad sea del orden de 0.9 la velocidad de la luz. La formulación y resolución de una gran variedad de problemas cotidianos de movimiento de objetos (celestes, balas de cañón, carretas, individuos, etc.) se debe en gran medida al físico Ingles Isaac Newton (1642-1727) proponiendo las leyes de movimiento que llevan su nombre, así como la ley de gravitación universal. Básicamente introduce el concepto de **fuerza externa** que actúa sobre cualquier cuerpo como la **causa** que le produce una **aceleración** que corresponde al **efecto** de su movimiento. Otra cantidad física relacionada es la **masa** del objeto que se mueve. Se dice que la masa es una cantidad de proporcionalidad entre la fuerza externa que se aplica sobre el cuerpo y la aceleración que es la consecuencia o efecto. Este hecho se denomina ley causal.

Se puede decir que la Dinámica se encuentra enmarcada en las **tres leyes de Newton** y las aplicaciones de estas.

1ª ley de Newton "Todo cuerpo mantiene su estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme a menos que exista una fuerza externa que modifique dicho estado", esta ley también es conocida como ley de inercia.

2ª ley de Newton "La suma de fuerzas externas que actúan sobre un cuerpo es directamente proporcional a su masa multiplicada por la aceleración ejercida por dichas fuerzas" hay que mencionar que esta definición es valida si la masa del cuerpo se mantiene constante con respecto al tiempo. En forma operacional se expresa de la siguiente forma:

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = m\vec{a} \qquad (1)$$

La deducción de la expresión (1) se obtiene a partir de la definición más general de fuerza expresada en términos de los cambios de la cantidad de movimiento del cuerpo con respecto al tiempo, es decir:

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \frac{\Delta (m\vec{v})}{\Delta t} = m\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} + \vec{v}\frac{\Delta m}{\Delta t} \qquad (2)$$

De la expresión (2), si la masa del cuerpo se mantiene constante con respecto al tiempo, es decir m ≠ m (t), entonces el termino $\frac{\Delta m}{\Delta t} = 0$, de manera tal que la expresión (2) se reduce a $\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = m\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = m\vec{a}$ que corresponde a la expresión (1). Se dice que la segunda ley de Newton es la definición operacional del concepto de fuerza para m = constante.

3ª ley de Newton "A toda acción corresponde una reacción de igual magnitud pero en sentido opuesto" esta ley conocida también como la ley de acción y reacción se expresa de la siguiente forma:

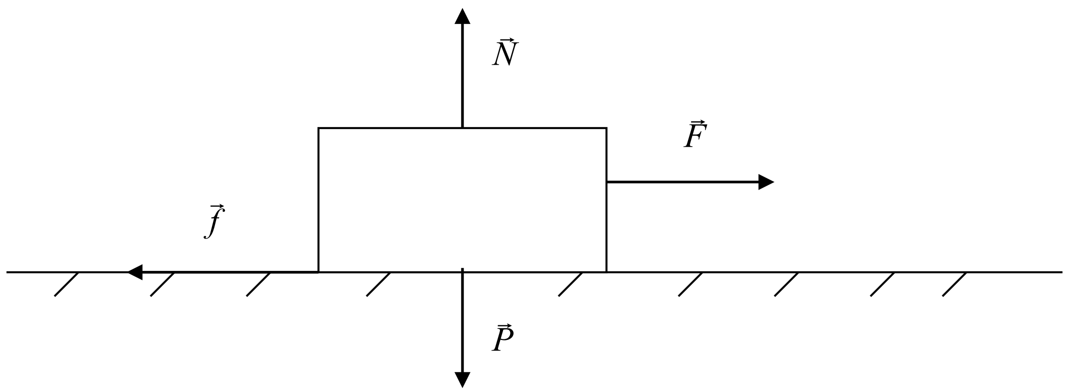
$$\vec{F}_a = -\vec{F}_r \qquad (3)$$

En donde $\vec{F}_a$ es la fuerza de acción y $\vec{F}_r$ es la fuerza de reacción.

Fuerza de fricción.

Cuando hay un cuerpo de masa M que se encuentra en contacto con una superficie, por ejemplo el caso de un libro que reposa sobre la cubierta de una mesa, si en un cierto momento le aplicamos una fuerza externa para desplazar el libro sobre la mesa entonces se presenta una resistencia que se opone al movimiento entre la superficie del libro y la mesa.

La situación anterior se puede representar mediante un diagrama de fuerzas como se muestra en la siguiente figura:



En donde:

$\vec{N}$: Corresponde a la fuerza normal.
$\vec{F}$: Corresponde a la fuerza externa aplicada.
$\vec{P}$: Corresponde al Peso del bloque.
$\vec{f}$: Corresponde a la fuerza de fricción.

Considerando los siguientes casos:

a) Si $\vec{f} \angle \vec{F}$, entonces $\vec{f} = \vec{f}_c$ (fuerza de fricción cinética)

b) Si $\vec{f} \geq \vec{F}$, entonces $\vec{f} = \vec{f}_e$ (fuerza de fricción estática)

Entonces se define:

$$\vec{f}_c = \mu_c \ \vec{N} \qquad (4)$$

$$\vec{f}_e = \mu_e \ \vec{N} \qquad (5)$$

En donde:

μ_c : Coeficiente de fricción cinético.

μ_e : Coeficiente de fricción estático.

Peso y masa.

La relación entre peso y masa se establece mediante la expresión:

$$\vec{P} = m\,\vec{g} \qquad (6)$$

En donde:

$\vec{P}$: Peso de la masa. (Nótese que corresponde a una fuerza).

m : Masa (Nótese que corresponde a cantidad de materia).

$\vec{g}$: Aceleración de la gravedad terrestre.

A continuación se presenta la tabla de Sistema de Unidades:

Sistema de Unidades	Cantidades Físicas		
	Fuerza	Masa	Aceleración
(M K S) o Sistema Internacional	Newton	Kilogramo	m / s^2
(C G S) o Sistema Gaussiano	Dina	Gramo	cm / s^2
Sistema Ingles	Libra $_{fuerza}$	Slug	pie / s^2

Algunas equivalencias de unidades de interés son:

1 Slug = 14.59 Kilogramos = 32.2 Libra $_{masa}$

1 Libra $_{fuerza}$ = 4.45 Newton

A continuación se presenta las soluciones de algunos ejercicios representativos.

1 Un viajero espacial cuya masa es de 70 Kg. sale de la Tierra. Calcular su Peso:

a) En la Tierra.

b) A 664 Km. sobre la Tierra.

c) En el espacio exterior.

d) ¿Cuál es su masa en cada uno de estos sitios?

Solución.

A partir de la expresión (6):

a) P_{Tierra} = (70 Kg) (9.8 m / s^2) = 686 N

b) $P_{664\ km}$ = (70 kg) (8.1 m / s^2) = 567 N

c) $P_{espacio}$ = (70 kg) (0 m / s^2) = 0 N

d) M_{Tierra} = $M_{664\ km}$ = $M_{espacio}$ = 70 kg

2 Un automóvil que lleva inicialmente una velocidad de 90 Km. / h y pesa 12 000 N, se detiene mediante la aplicación de frenos en una distancia de 5.2 m Encontrar a) La fuerza que efectúan en los frenos. b) El tiempo que tarda en detenerse.

Solución.

a)

Considerando los siguientes datos del ejercicio.

v_i = 90 Km. / h = 25 m / s.

De la relación (6), despejando la variable m y sustituyendo valores, resulta :

$$m = \frac{P}{g} = \frac{12000\ N}{9.8\ \frac{m}{s^2}} = 1224.5\ kg$$

Ahora para determinar la desaceleración del automóvil, se considera la siguiente ecuación de cinemática (caso de aceleración constante):

$$a = \frac{v_f - v_i}{2\,d}$$

Sustituyendo valores de la ecuación anterior se obtiene:

$$a = \frac{(0\ \frac{m}{s}) - (25\ \frac{m}{s})^2}{2\left(5.2\ m\right)} = \frac{-625\ \frac{m^2}{s^2}}{10.4\ m} = -60\ \frac{m}{s^2}$$

Por lo tanto; La fuerza que efectúan en los frenos esta dada por:

F = m a

Sustitituyendo valores en la ecuación anterior, resulta:

F = (1224.5 Kg.) (-60 m / s^2) = - 73470 N

Es decir:

F = = - 73470 N

b)

Considerando la siguiente ecuación de cinemática (caso de aceleración constante):

$$t = \frac{v_f - v_f}{a}$$

Sustituyendo valores en la ecuación anterior resulta:

$$t = \frac{\left(0\,\frac{m}{s}\right) - \left(25\,\frac{m}{s}\right)}{\left(-60\,\frac{m}{s^2}\right)} = \frac{-25\,\frac{m}{s}}{-60\,\frac{m}{s^2}} = 0.42\,s$$

Por lo tanto:

t = 0.42 s

3 Una partícula de masa 2 x 10^{-4} Kg. avanza en línea recta horizontal a lo largo de un tubo recto una distancia de 1.5 m. Comienza con velocidad cero en un extremo y llega la partícula al otro extremo del tubo con una velocidad de 3 x 10^{6} m / s. Suponiendo que la aceleración es constante. Calcular la fuerza que obra sobre la partícula a lo largo del tubo, si tarda en recorrerlo 5 x 10^{-2} s.

Solución.

Considerando los siguientes datos del ejercicio.

v_i = 0 m / s.

v_f = 3 x 10^{6} m / s.

t = 5 x 10^{-2} s.

Para calcular la aceleración de la partícula, se utiliza la siguiente ecuación de cinemática:

$$a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

Sustituyendo valores en la expresión anterior, resulta:

$$a = \frac{3\,x\,10^{6}\,\frac{m}{s} - 0\,\frac{m}{s}}{5\,x\,10^{-2}\,s} = 0.6\,x\,10^{8}\,\frac{m}{s^2}$$

Por lo tanto la fuerza que actúa sobre la partícula esta dada por:

$$F = m\,a = (2 \times 10^{-4}\ kg)\ (0.6 \times 10^{8}\ m / s^{2}) = 1.2 \times 10^{4}\ N.$$

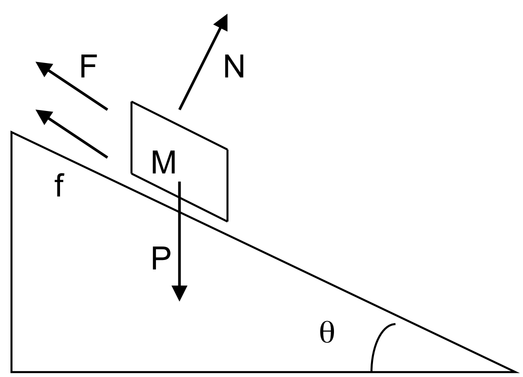
Es decir:

$$F = 12000\ N.$$

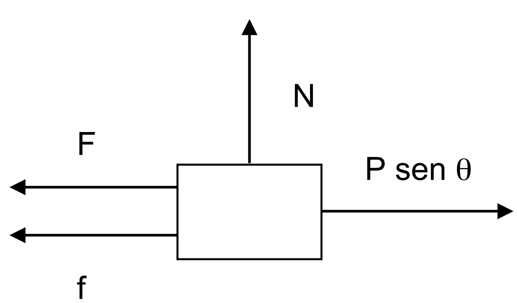
4 Un bloque de hielo de 445 N resbala sobre la superficie de un plano inclinado de 1.52 m y 0.915 m de alto. Una persona empuja el bloque hacia arriba a lo largo del plano inclinado y se desliza el bloque hacia abajo con una velocidad constante, el coeficiente de fricción entre el hielo y el plano inclinado es de 0.10.
¿Encontrar la fuerza ejercida por la persona para deslizar el bloque de hielo?

Solución:

Dibujando en forma esquemática las fuerzas que actúan en el sistema físico:



Haciendo una rotación del sistema de unidades resulta:



En donde:

F: fuerza aplicada por la persona.

N: Fuerza Normal.

P: Peso del bloque.

f: Fuerza de fricción.

La ecuación de movimiento horizontal del bloque esta dado, a partir de la segunda ley de Newton, ecuación (2):

$$F + f - P \text{ sen } \theta = 0 \qquad \text{(a)}$$

(Observe que el cuerpo se desliza con velocidad constante)

La ecuación de movimiento vertical del bloque esta dado, a partir de la segunda ley de Newton, expresión (2):

$$N = P \cos \theta \qquad \text{(b)}$$

Para determinar θ, a partir de la geometría del plano inclinado y utilizando trigonometría y sustituyendo valores, resulta:

$$sen\,\theta = \frac{altura\ del\ plano\ inclinado}{longitud\ de\ la\ \sup erficie\ del\ plano\ inclinado} = \frac{0.915\ m}{1.52\ m} = 0.60$$

Entonces:

$$\theta = 37^{o}$$

De la definición de fuerza de fricción cinética, ecuación (4) y sustituyendo en la ecuación (b), resulta:

$$f = \mu_c P \cos \theta \qquad \text{(c)}$$

Sustituyendo la ecuación (c) en (a) resulta:

$$F + \mu_c P \cos \theta - P \text{ sen } \theta = 0$$

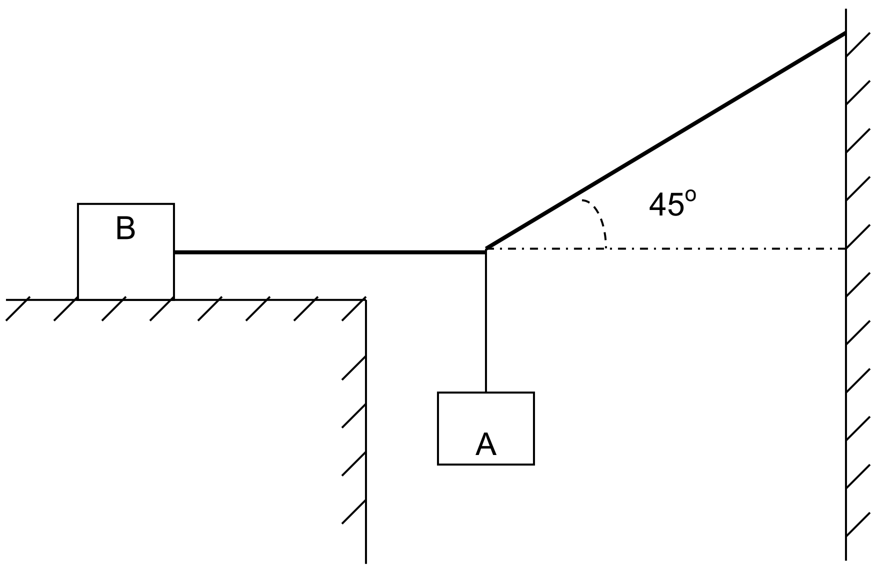
Despejando F de la relación anterior, resulta:

$$F = P \text{ sen } \theta - \mu_c P \cos \theta$$

Sustituyendo valores se obtiene:

$$F = 231.8\ N$$

5 Un bloque B como se muestra en la siguiente figura pesa 712 N. El coeficiente de fricción estático entre el bloque y la mesa es de 0.25. ¿Encontrar el peso máximo del bloque A para que el sistema se encuentre en equilibrio?
(Considere que la cuerda que comunica el bloque B y A, es inextensible y de masa despreciable).



A partir del diagrama de fuerzas para B se obtiene:

$T - f_e = 0$ (Condición de equilibrio horizontal) (a)

$P_B - N = 0$ (Condición de equilibrio vertical) (b)

A partir del diagrama de fuerzas para A se obtiene:

$T - P_A = 0$ (Condición de equilibrio vertical) (c)

De la expresión (a) se obtiene:

$$T = f_e$$

De la expresión (5) y la expresión anterior se obtiene:

$$T = \mu_e N$$

Despejando N de la expresión (b) resulta:

$$N = P_B$$

Combinando las dos ultimas expresiones se obtiene:

$$T = \mu_e P_B$$

Despejando T de la expresión (c) resulta:

$$T = P_A$$

Por transitividad de las dos ultimas expresiones resulta:

$$P_A = \mu_e P_B$$

Sustituyendo valores se obtiene:

$$P_A = (0.25)\ (712\ N) = 178\ N.$$

Es decir:

$$P_A = 178\ N.$$

BIBLIOGRAFÍA.

-Alonso M y Finn E Física Vol I Mecánica Edit. Addison- Wesley Iberoamericana (1970)

- McGill D. y King W Mecánica para ingeniería y sus aplicaciones II Dinámica Edit Grupo editorial Iberoamericana (19991)

-Resnick R., Holliday D., Física vol. 1, CECSA, (1993).