

Sobre la posible aplicación de dinámica de campos térmicos a agujeros negros sónicos

Alexander Moreno Sánchez

Observatorio Astronómico Nacional

Bogotá. D. C, Colombia.

amorenosa@unal.edu.co

Recibido 28-11- 2016

Resumen

En este corto trabajo, se presentan algunos elementos de la teoría dinámica de campos (TFD), y su posible aplicación al estudio de los hoy día llamados agujeros negros sónicos. Estos objetos han sido recreados en los laboratorios de investigación mediante el uso de los condensados de Bose-Einstein. Dichos objetos experimentales, permiten reproducir algunas propiedades de los agujeros negros gravitacionales, se espera que el estudio experimental de tales objetos brinde los elementos necesarios para comprender la dinámica y estructura de los agujeros negros.

PACS: 97.60.Bw, 04.50.-h, 04.50.Kd, 14.70.Kv

Palabras Claves: dinámica de campos térmicos, agujeros negros, condensados Bose-Einstein.

Abstract

In this short work, some elements of dynamic field theory (TFD) are presented, and its possible application to the study of today called sonic black holes. These items have been recreated in research laboratories through the use of the Bose-Einstein condensates. These experimental objects allow us to reproduce some properties of gravitational black holes. It is expected that the experimental study of such objects will provide the necessary elements to understand the dynamics and structure of black holes.

PACS: 97.60.Bw, 04.50.-h, 04.50.Kd, 14.70.Kv

Keywords: thermofields dynamics, black holes, Bose-Einstein condensates.

©2016.

1 Introducción

Los agujeros negros constituyen un auténtico reto al intelecto humano, sus propiedades físicas, sus fantásticas consecuencias y el profundo desconocimiento de lo que ocurre físicamente en su interior ha llevado a un buen número de investigadores a desarrollar y proponer una gran variedad de teorías, hipótesis, conjeturas, o razonamientos que de una u otra forma permitan alcanzar una comprensión satisfactoria y completa de la física que

gobierna a estos enigmáticos objetos. Dentro de esta gran variedad de posibles teorías, se presenta la teoría dinámica de campos térmicos, o por sus siglas en inglés TFD, que desarrollada en el marco de las variedades curvas, específicamente en la estructura geométrica del agujero negro eterno, conduce a razonamientos plausibles y esclarecedores de la física que opera en un agujero negro. Sin embargo, el esquema teórico construido bajo este marco, presenta limitaciones y objeciones las cuales son propias de teorías que no cuentan con observación directa o con desarrollos experimentales que permitan ajustar o definir los elementos teóricos en juego. En consideración de lo anterior, se justifica el desarrollo de esquemas experimentales u observacionales, que permitan comprender de mejor forma la naturaleza de los agujeros negros, es así como ha surgido de tiempo atrás algunas aproximaciones de tipo experimental muy valiosas, como es el caso de los agujeros negros sónicos, los cuales se producen en fluidos supersónicos o en condensados de Bose-Einstein, y entre sus propiedades permiten recrear un análogo a los horizontes de sucesos que se presentan en los agujeros negros gravitacionales, se espera que con el estudio y observación de la física de estos análogos se logre comprender algunas de las propiedades físicas de los agujeros negros gravitacionales[1].

2 Escenario general

De forma ingeniosa se puede hacer la siguiente pregunta, ¿cómo se propagan las ondas sonoras en un fluido en movimiento?, esto en principio parece una cuestión sutil o nimia, pero sorprendentemente esta pregunta conduce a un elegante panorama geométrico, propio de la geometría diferencial de espaciotiempos curvos, constituye un escenario análogo a la estructura geométrica de agujeros negros gravitacionales. Para comprender un poco más esto se presentan algunos detalles en las secciones siguientes. Entonces, una onda sonora propagándose en un fluido en movimiento comparte muchas de las propiedades de un campo escalar sin masa acoplado minimalmente propagándose en una geometría Lorenciana (3+1)-dimensional. Esto sugiere, o por lo menos se podría establecer un isomorfismo parcial que relaciona elementos de la relatividad general con partes de la mecánica de fluidos no relativistas, ello conduce a un análogo interesante y útil en el estudio de los agujeros negros[1].

2.1 Elementos

Los ingredientes básicos para iniciar el desarrollo de la teoría de los agujeros negros sónicos, parten de considerar un fluido no relativista, irrotacional y barotrópico, el fluido debe ser irrotacional ya que de este modo la velocidad se puede especificar completamente mediante un campo escalar, es decir

$$\nabla \times v = 0 \quad , \quad v = \nabla \psi \quad . \quad (1)$$

Un punto importante es considerar a las ondas sonoras como fluctuaciones linealizadas en el campo que se pueden describir por un campo escalar. Esto no es físicamente correcto ya que debe pensarse más en un vector sónico que en un escalar sónico, el inconveniente está en que las ecuaciones se harían muy complejas limitando las posibles soluciones a estudiar. Así, se puede considerar que cualquier vorticidad que surja debe quedar confinada en delgados tubos que encierren las vorticidades, y de este modo el análisis se desarrolla fuera de estos tubos de vorticidad. Otra condición mencionada es que los fluidos deben ser barotrópicos, es decir que la presión en el fluido solo dependa de la densidad del mismo, con ello se asegura que las fuerzas de presión no ocasionen vórtices, garantizando que el fluido sea irrotacional. Igualmente se asume como elemento simplificador que el fluido sea no viscoso, ya que la viscosidad actúa como un término que rompe la invarianza de Lorentz, la cual se convierte en una simetría aproximada que permite obtener soluciones a bajas frecuencias[1].

Atendiendo a los anteriores presupuestos, se pueden plantear las siguientes ecuaciones dinámicas:

1. Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad , \quad (2)$$

2. Ecuación de Euler con viscosidad cero

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{v} \right) = -\nabla p , \quad (3)$$

3. Ecuación barotrópica de estado

$$p = p(\rho) . \quad (4)$$

Tenemos aquí un sistema cerrado de ecuaciones, donde la vorticidad es nula o muy pequeña[1] [5].

2.2 Simplificaciones

Para obtener algunas soluciones, es decir encontrar la densidad, presión y campo escalar de velocidades, se consideran aproximaciones linealizadas de ellas, es decir $\rho_0(t, x)$, $p_0(t, x)$, $\psi_0(t, x)$. En términos generales se puede considerar que las soluciones exactas constituyen un background de estos campos y que las soluciones obtenidas son fluctuaciones linealizadas alrededor de este background[1]. Así

$$\rho(t, x) = \rho_0(t, x) + \varepsilon \rho_1(t, x) + \dots \quad (5)$$

$$p(t, x) = p_0(t, x) + \varepsilon p_1(t, x) + \dots \quad (6)$$

$$\psi(t, x) = \psi_0(t, x) + \varepsilon \psi_1(t, x) + \dots \quad (7)$$

De este modo las ecuaciones linealizadas de movimiento son

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_1 \nabla \psi_0 + \rho_0 \nabla \psi_1) = 0 , \quad (8)$$

$$\rho_0 \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial t} + \nabla \psi_0 \cdot \nabla \psi_1 \right) = p_1 , \quad (9)$$

$$p_1 = c_s^2 \rho_1 = \frac{\partial p}{\partial \rho} \rho_1 . \quad (10)$$

donde c_s es la velocidad del sonido. Por lo tanto, tenemos aquí un sistema de ecuaciones diferenciales acoplado, el cual bajo algunas manipulaciones matemáticas se puede reducir a una ecuación diferencial parcial de segundo orden

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{c_s^2} \rho_0 \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial t} + v_0 \nabla \psi_1 \right) \right] = \nabla \cdot \left[\rho_0 \nabla \psi_1 - \frac{1}{c_s^2} \rho_0 v_0 \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial t} + v_0 \nabla \psi_1 \right) \right] , \quad (11)$$

esta es una ecuación para ψ_1 en función de t , p y ρ .

Ahora si se introduce coordenadas espacio temporales $x^\mu = (x, t)$ se logra construir una matriz 4×4 que tiene la siguiente forma

$$g^{\mu\nu}(x, t) = \begin{pmatrix} -1 & -v_0^j \\ -v_0^i & c_s^2 \delta^{ij} - v_0^i v_0^j \end{pmatrix} , \quad (12)$$

con $g = [\det(g^{\mu\nu})]^{1/2}$, de este modo podemos escribir la ecuación diferencial de segundo orden como[1]

$$-\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^\mu} \left(-\sqrt{g} g^{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x^\nu} \psi_1 \right) = 0 , \quad (13)$$

esta expresión es similar a la ecuación de onda para un campo escalar.

2.3 Interpretación

La ecuación anteriores describe exactamente un campo escalar sin masa, acoplado minimalmente, propagándose en un espaciotiempo de acuerdo con la métrica inversa $g^{\mu\nu}(x, t)$. En efecto, el operador diferencial que aparece en esta ecuación corresponde a la generalización del Laplaciano a un D´Alambertiano (3+1)-dimensional correspondiente a la métrica inversa.

La métrica directa en sí misma esta dada por la matriz

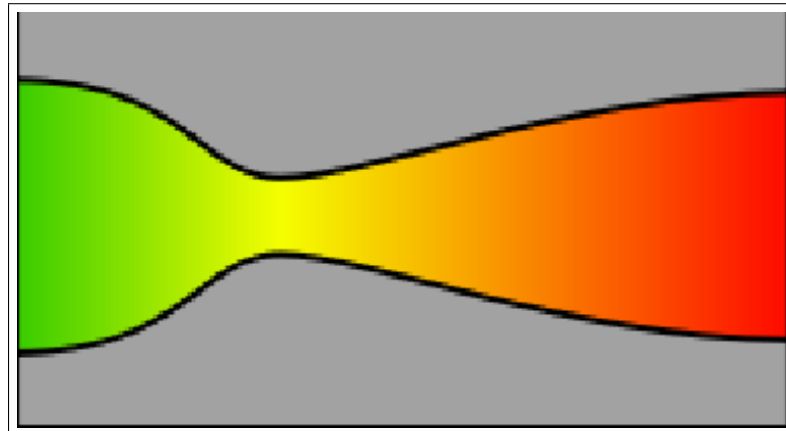
$$g_{\mu\nu}(x, t) = \frac{\rho_0}{c_s} \begin{pmatrix} -(c_0^2 - v_0^2) & -v_{0j} \\ -v_{0i} & \delta_{ij} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

que corresponde a la inversa de $g^{\mu\nu}(x, t)$ con signatura $(-, +, +, +)$ [1].

3 Sistema físico

Un sistema físico que permita generar una geometría acústica no trivial descrita anteriormente, se puede obtener mediante el flujo laminar de un fluido a través de una boquilla. Cuando la boquilla se angosta, la velocidad del fluido se incrementa hasta que excede la velocidad del sonido, por lo tanto la onda sonora no podrá escapar fuera de la región de flujo supersónico. Encontramos que estas regiones supersónicas comparten muchas de las propiedades asociadas normalmente con agujeros negros[1].

Fisicamente el mejor arreglo es la llamada boquilla tipo Laval, la cual se puede considerar como la tobera de propulsión de un motor de cohete que se utiliza para expandir y acelerar los gases producidos por la combustión de los propergoles de modo que los gases de escape salgan de la boquilla a velocidades hipersónicas.



Representación de una boquilla tipo Laval (La tobera de Laval fue desarrollada originalmente en el siglo XIX por Gustav de Laval para su uso en turbinas de vapor. Se utilizó por primera vez en un motor cohete en los desarrollados iniciales de Robert Goddard. Posteriormente, casi todos los motores de cohete han usado esta idea, entre ellos la aplicación de Walter Thiel que hizo posible el cohete alemán V-2.)(Imágenes google)

Entonces tenemos que si el fluido fluye supersónicamente, se puede ajustar el flujo en sí mismo hasta obtener un horizonte acústico el cual se forma en la parte más angosta de la tobera, debido a esto y a la interrelación entre continuidad del fluido y condiciones barotrópicas se originan horizontes en el fluido[1].

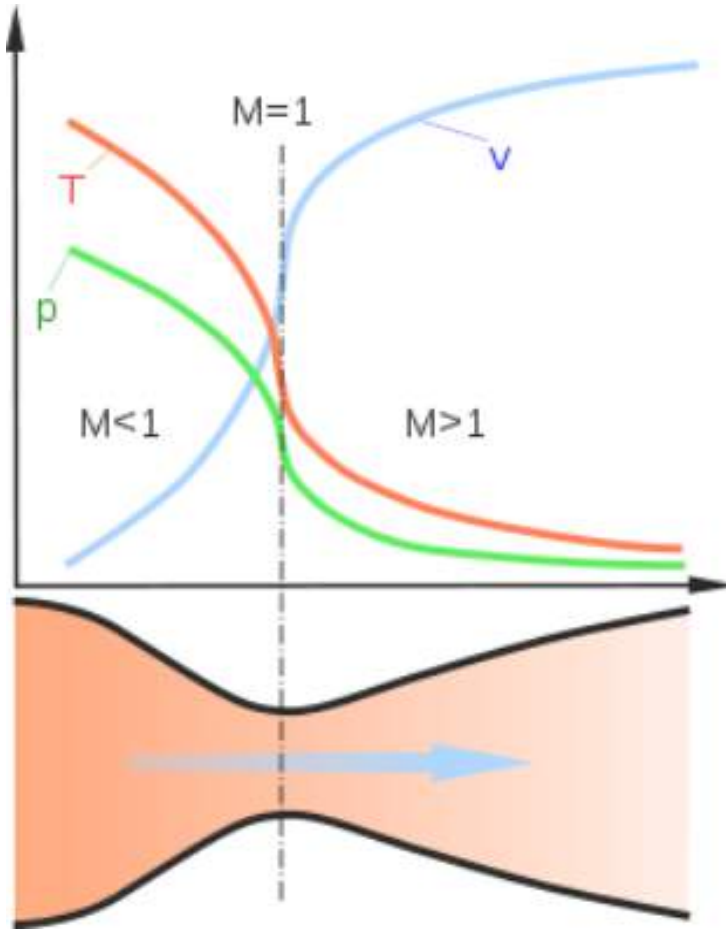


Diagrama de una tobera de Laval, que muestra la velocidad de flujo (v), aumentando en la dirección del flujo, con disminuciones en la temperatura (t) y la presión (p). El número de Mach (M) aumenta desde subsónico, a sónica en la garganta, a supersónica. (Imágenes google)

4 Agujeros negros acústicos en condensados Bose-Einstein

La propagación fonónica en un fluido es descrita por una ecuación de onda la cual bajo algunas condiciones apropiadas puede ser interpretada como la propagación en un espaciotiempo curvo relativista efectivo, donde la métrica espaciotemporal es enteramente determinada por las propiedades físicas del fluido como son su densidad, velocidad y presión. De este modo un horizonte de eventos sónico surge donde exista una superficie a través de la cual fluya o pase el fluido, así se determinan dos regiones, una de propagación subsónica y otra de propagación supersónica. De tal forma que esto genera una analogía entre la propagación del sonido en un background hidrodinámico y la propagación de un campo escalar en un espaciotiempo curvo, no obstante, la hidrodinámica es solo una teoría efectiva de longitud de onda larga para fluidos, igualmente la teoría de campos en espaciotiempos curvos puede ser considerada como un aproximación de longitud de onda larga.

Los condensados de Bose-Einstein, los cuales se pueden manipular y controlar fácilmente desde el punto de vista teórico y experimentalmente[8], dichos condensados generan un sistema hidrodinámico cuya teoría microscópica es bastante clara, donde además se encuentra que bosones a muy baja temperatura pueden ser considerados como agujeros negros espaciotemporales.

Un condensado de Bose-Einstein se considera como el estado básico de un sistema de muchos cuerpos descrito por un hamiltoniano que involucra segunda cuantización con un término que incorpora un potencial externo $V_{ext}(x)$. A temperatura cero, y cuando se tienen un gran número de átomos y si las interacciones atómicas

son suficientemente pequeñas, casi todos los átomos están en el mismo estado cuántico de una partícula simple, generando lo que se conoce como campo medio $\Psi(x, t)$. La evolución del campo está dada por la ecuación de Gross-Pitaerskii[4]

$$-i\hbar\partial_t\Psi(x, t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V_{ext}(x) + \frac{4\pi a\hbar^2}{m} |\Psi(x, t)|^2 \right) \Psi(x, t) , \quad (15)$$

donde la función de onda de los condensados está normalizada al número total de átomos

$$\int_{-\infty}^{\infty} d^3x |\Psi(x, t)|^2 = N . \quad (16)$$

Ahora bien, nos concierne la propagación de perturbaciones colectivas pequeñas del condensado (modos de oscilación) alrededor de un background en estado estacionario

$$\Psi_s(x, t) = \sqrt{\rho(x)} e^{iv(x)} e^{-i\mu t/\hbar} , \quad (17)$$

donde μ corresponde al potencial químico. Así, las perturbaciones alrededor del estado estacionario $\psi_s(x, t)$ obedecen el sistema de Bogoliubov de dos ecuaciones diferenciales acopladas. En el regimen de validéz de la hidrodinámica, aproximación de Thomas-Fermi, y por lo tanto perturbaciones de baja frecuencia son esencialmente solo ondas de sonido. De esta forma las ecuaciones de Bogoliubov pueden ser relacionadas con una ecuación simple de segundo orden para la perturbación de fase ϕ condensada, la cual puede ser escrita en términos de las perturbaciones de la función de onda como

$$\psi = \Psi - \Psi_s , \quad (18)$$

$$\phi = -\frac{i\psi}{\Psi_s} , \quad (19)$$

esta ecuación diferencial tiene la forma de una ecuación de onda relativista

$$\partial_\mu (-\sqrt{g} g^{\mu\nu} \partial_\nu \phi) = 0 , \quad (20)$$

en un espaciotiempo curvo con la métrica $g_{\mu\nu}$ siendo enteramente determinada por la velocidad local del sonido

$$c(x) = \frac{\hbar}{m} \sqrt{4\pi a \rho(x)} , \quad (21)$$

y la velocidad estacionaria del background de campo

$$\mathbf{v} = \frac{\hbar}{m} \nabla v , \quad (22)$$

por lo tanto, salvo un factor conformal, la métrica efectiva tiene la forma

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -(c^2 - v^2) & -\mathbf{v}^T \\ -\mathbf{v} & I \end{pmatrix} . \quad (23)$$

Esta clase de métrica genera horizontes, de hecho si se genera una trampa esferica de átomos (como las producidas por un laser de átomos), y si el potencial radial se ajusta adecuadamente, se pueden producir densidades $\rho(r)$ y velocidades de flujo $\mathbf{v}(x) = -\frac{v(r)x}{r}$ de tal forma que la cantidad $(c^2 - \mathbf{v}^2)$ se anula en el radio $r = r_h$, siendo negativa dentro y positiva fuera. La esfera de radio r_h es un horizonte de eventos sónico completamente análogo a los que aparecen en agujeros negros relativistas, en el sentido de que las perturbaciones sónicas no pueden propagar a través de esta superficie en la dirección externa de la esfera o trampa de átomos. Se puede hacer una mejor idea escribiendo explícitamente una ecuación para la geodésica nula radial de la métrica $g_{\mu\nu}$

$$\dot{\mathbf{r}}_\pm(t) = -v \pm c . \quad (24)$$

Tenemos, entonces que la geodésica nula entrante $\dot{\mathbf{r}}_-(t)$ no se ve afectada por la presencia de los horizontes y se puede cruzar en un tiempo coordinado finito. La geodésica nula saliente $\dot{\mathbf{r}}_+(t)$ del otro lado necesita una cantidad infinita de tiempo para dejar el horizonte ya que $\dot{\mathbf{r}}_+(t) = 0$ en el horizonte. El mecanismo físico del agujero negro sónico es bastante simple, en el horizonte, la velocidad del flujo en el background tiene una velocidad v mayor que la velocidad local del sonido c , y así las ondas sonoras son inexorablemente arrastradas hacia adentro[4] [5].

5 Dinámica de campos térmicos

La teoría dinámica de campos térmicos o por sus siglas en inglés (TFD), ha establecido un marco de trabajo natural para analizar procesos que dependen del tiempo a temperatura finita. Pero el formalismo va más allá de este limitado contexto, en realidad se ha constituido un método para describir estados mezclados como estados puros en un espacio de Hilbert aumentado o doblado. Por lo tanto, es un marco teórico natural para aproximar contextos físicos donde la entropía juegue un rol importante, que entre otras cosas la entropía se hace más central y misteriosa en la gravedad por lo cual no es sorprendente que la descripción de estados en los agujeros negros involucre la dinámica de campos térmicos.

La existencia de entropía para un background gravitacional vacío como el del espacio de Sitter sugiere la idea de asignar un conjunto de estados al espacio en sí mismo. Esto de hecho conduce a la noción de espacio no conmutativo o difuso, ya que la premisa básica es que algunas variedades suaves pueden ser obtenidas como una aproximación a un espacio de Hilbert de estados cuando algún parámetro descriptivo sea considerado muy grande. Si se considera un espacio de Hilbert de dimensión finita los parámetros a usar son usualmente las dimensiones en sí mismas. En otras palabras, la sugerencia básica es que se puede doblar el espacio de Hilbert modelando la geometría no conmutativa y construir la dinámica usando dinámica de campos térmicos.

En mecánica cuántica se reconoce como estado cuántico mezclado, un estado mixto de estados puros, por contraposición a los estados puros, a un estado cuántico que no está completamente determinado. En otras palabras, decimos que un sistema se encuentra en un estado mezclado cuando no disponemos del máximo grado de información que puede obtenerse sobre sus propiedades u observables. Esta información se encuentra limitada por la existencia, incluso en un estado puro, de incompatibilidades entre ciertos observables (relación de indeterminación de Heisenberg), pero en un estado mezclado nuestra falta de información es superior a la exigida por la teoría cuántica. Por ejemplo, si se extrae un átomo de helio-3 de una cámara que contiene muchos átomos del mismo tipo a temperatura ambiente podemos afirmar, con seguridad casi absoluta, que el átomo se encontrará en su estado electrónico de menor energía, que denominamos estado $1S^2$. En este estado tenemos el máximo grado de información sobre las propiedades electrónicas del átomo, pero su núcleo tiene una propiedad, que se denota por I_z (componente z del espín nuclear) que puede tomar los valores $1/2$ y $-1/2$ con la misma probabilidad (en ausencia de campos electromagnéticos externos). En consecuencia, diremos que el átomo se encuentra en un estado mezclado. En cambio, si medimos I_z obtenemos, por ejemplo, el valor $1/2$ el estado del átomo pasará a ser puro, ya que, de acuerdo con las leyes de la mecánica cuántica y con la experiencia, no es posible obtener más información sobre el átomo compatible con la que ya poseemos[2] [3] [4].

5.1 Integral de acción para TFD

El punto de inicio para comprender este marco teórico, se da considerando el promedio térmico de un observable O a temperatura β^{-1} definido por

$$\langle O \rangle = Tr(\rho O) = \frac{1}{Z} (Tr e^{-\beta H} O) , \quad Z = Tr(e^{-\beta H}) , \quad (25)$$

la matriz densidad ρ corresponde a estados mezclados. Entonces, la idea básica de la dinámica de campos térmicos es representar el promedio $\langle O \rangle$ como el valor esperado del operador O para un estado puro. Esto requiere doblar el espacio de Hilbert de estados. Se puede observar que no se puede representar ρ como un estado puro sin doblar el espacio, ya que $\rho^2 = \rho$ para un estado puro y lo que tenemos es que $\rho^2 \neq \rho$ para la matriz de densidad térmica lo cual bajo la transformación no unitaria se puede cambiar esta propiedad. Si H

denota el espacio de Hilbert de estados, considerándolo aquí de dimensión finita, entonces el espacio de Hilbert para la dinámica de campos térmicos se denota por $H \otimes \tilde{H}$, donde \tilde{H} es una copia de H en si mismo. Un estado general de $H \otimes \tilde{H}$ es de la forma $|n, \tilde{m}\rangle$, en particular se puede definir el vacío térmico como

$$|\Omega\rangle = \frac{1}{\sqrt{Z}} \sum_n e^{-\frac{1}{2}\beta E_n} |n, \tilde{n}\rangle, \quad (26)$$

donde se ha usado una base de estados propios del Hamiltoniano y los estados $|\Omega\rangle$ de cada espacio de Hilbert contribuyen a la suma, así bajo estos elementos se sigue que

$$\langle\Omega|O|\Omega\rangle = \frac{1}{\sqrt{Z}} \sum_{m,n} e^{-\frac{1}{2}\beta(E_n - E_m)} \langle m|O|n\rangle \langle \tilde{m}|\tilde{n}\rangle, \quad (27)$$

que corresponde a

$$\langle\Omega|O|\Omega\rangle = \frac{1}{\sqrt{Z}} \sum_n e^{-\frac{1}{2}\beta E_n} \langle n|O|n\rangle = Tr(\rho O), \quad (28)$$

esto porque O solo actúa sobre H y $\langle \tilde{m}|\tilde{n}\rangle = \delta_{mn}$. De este modo el promedio térmico es expresado como el valor esperado sobre el estado puro $|\Omega\rangle$, por lo tanto la entropía termodinámica para ρ se presenta como una entropía “entrelazada” cuando se restringe la descripción a solo la componente H [2].

El espacio de Hilbert \tilde{H} se puede escoger como una copia del espacio dual de H , es decir H^* , esto debido a que la evolución temporal en \tilde{H} está dada por $-H$, de tal forma que el hamiltoniano completo se puede expresar como $\widehat{H} = H - \tilde{H} = H \otimes 1 - 1 \otimes H$, y donde el estado $|\Omega\rangle$ cumple con $\widehat{H}|\Omega\rangle = 0$, el cual es independiente del tiempo.

Ahora bien, para un campo bosónico libre con energía de partícula simple ω_k se puede expresar el hamiltoniano sobre el espacio doblado de la siguiente forma

$$\widehat{H} = \sum_k \omega_k (a_k^\dagger a_k - \tilde{a}_k^\dagger \tilde{a}_k), \quad (29)$$

bajo este esquema es posible introducir una transformación de Bogoliubov de a_k^\dagger, a_k a $\tilde{a}_k^\dagger, \tilde{a}_k$ para los operadores A, A^\dagger tal que $|\Omega\rangle$ este definido por $A|\Omega\rangle = 0$.

Además se tiene que la matriz de densidad ρ debe satisfacer la ecuación de Liouville

$$i \frac{\partial \rho}{\partial t} = H \rho - \rho H, \quad (30)$$

lo cual nos conduce a una integral de acción cuya ecuación variacional de movimiento corresponde a la expresión anterior, dada por

$$S = \int dt Tr \left[\rho_0 \left(U^\dagger i \frac{\partial U}{\partial t} - U^\dagger H U \right) \right], \quad (31)$$

donde ρ_0 es la matriz de densidad inicial y U es una matriz unitaria sobre H .

En lo anterior se ha descrito algunos elementos de la teoría dinámica de campos térmicos [2] [6].

6 TFD y agujeros negros sónicos

Se intenta de forma heurística considerar la aplicación de dinámica de campos térmicos al estudio de agujeros negros sónicos, tenemos como punto de partida el hecho de que en los agujeros negros sónicos se pueden establecer dos regiones diferenciadas por su horizonte sónico, una región subsónica y otra región supersónica, puede en principio establecerse una conexión simple con TFD, considerando los estados fonónicos de cada región como los dos sistemas que requiere la TFD. De poderse construir este isomorfismo, se podría obtener la entropía del

sistema usando esta técnica y comparar los resultados con la entropía obtenida mediante mecánica estadística convencional del fluido bosónico.

Uno de los elementos más importantes en el estudio de los agujeros negros tiene que ver con la llamada radiación Hawking. en los agujeros negros sónicos se espera encontrar este fenómeno como una radiación de fonones. La aplicación de la TFD a los agujeros negros gravitacionales permite encontrar un espectro Planckiano como producto de las excitaciones del vacío. De igual forma se podría sugerir la aplicación de la TFD a los agujeros negros sónicos para intentar deducir un cuasi-espectro Planckiano de fonones, esto es una posibilidad, también podría darse el caso de una radiación de fotones, como se ha observado en fenómenos de sonoluminiscencia (la sonoluminiscencia es un fenómeno físico caracterizado por la emisión de luz en líquidos sometidos a ultrasonidos. Según la teoría más aceptada el ultrasonido genera cavidades (burbujas) que colapsan rápidamente). Este, es un aspecto que podría estar fuertemente vinculado con los agujeros negros sónicos. En principio, la TFD sería una buena herramienta conceptual y teórica que podría explicar este tipo de fenómenos, que a la fecha no se ha observado propiamente en condensados Bose-Einstein[9].

Por lo tanto, según lo anterior, contamos con algunos escenarios de posible aplicación de la TFD. Como un elemento adicional se mostrará un esquema de creación de cuasipartículas en agujeros negros sónicos[1].

6.1 Creación de quasipartículas

En términos de la segunda cuantización, el operador del campo de perturbaciones ψ satisface la ecuación lineal

$$i\hbar = h_0(x)\psi + mc(x)^2 e^{2iv(x)}\psi^\dagger, \quad (32)$$

donde

$$h_0(x) = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V_{ext} + 2mc(x)^2 - \mu, \quad (33)$$

tomando en cuenta que $[\psi(x), \psi^\dagger(x)] = \delta(x - x')$, con lo cual se puede escribir

$$i\hbar = [\psi, H], \quad (34)$$

donde el hamiltoniano presente, es el hamiltoniano de Bogoliubov, dado por

$$H = \int dx \left[\psi^\dagger h_0(x)\psi + \frac{1}{2}mc(x)^2 (e^{2iv(x)}\psi^\dagger\psi^\dagger + e^{-2iv(x)}\psi\psi) \right]. \quad (35)$$

Tenemos aquí, que la hermiticidad del hamiltoniano implica que los modos propios con frecuencias complejas aparecen en pares, cuyas frecuencias son conjugados complejos. Puede observarse esto, expandiendo el operador de perturbación de campo ψ en modos de oscilación

$$\psi(x, t) = \sum_k \left[e^{-i\hbar\omega_k t} A_{\omega_k, k} u_{\omega_k, k}(x) + e^{-i\hbar\omega_k^* t} A_{\omega_k, k}^\dagger v_{\omega_k, k}^*(x) \right], \quad (36)$$

junto con la condición de normalización

$$\int dx \left[u_{\omega_k, k}^* u_{\omega_{k'}, k'} - v_{\omega_k, k}^* v_{\omega_{k'}, k'} \right] = \delta_{kk'} \quad (37)$$

entonces con esta condición se puede expresar el hamiltoniano como

$$H = \hbar \sum_k \left[\omega_k A_{\omega_k, k}^\dagger A_{\omega_k, k} + \omega_k^* A_{\omega_k, k}^\dagger A_{\omega_k^*, k} \right], \quad (38)$$

donde el unico conmutador no nulo entre estos operadores es

$$\left[A_{\omega_k, k}, A_{\omega_k^*, k}^\dagger \right] = \delta_{kk'}, \quad (39)$$

debe aclararse que en este contexto el asterisco indica que ω_k^* es un modo de oscilación diferente del modo de oscilación ω_k , y el operador $A_{\omega_k^*,k}^\dagger$ no corresponde con el conjugado hermítico de $A_{\omega_k,k}$. Por lo tanto, ninguno de estos operadores es realmente un operador convencional de creación o aniquilación armónico. No obstante la combinación lineal

$$a_k = \frac{1}{\sqrt{2}}(A_{\omega_k,k} + A_{\omega_k^*,k}), \quad b_k = \frac{i}{\sqrt{2}}(A_{\omega_k,k}^\dagger + A_{\omega_k^*,k}^\dagger), \quad (40)$$

y los correspondientes conjugados hermíticos son verdaderos operadores de creación y destrucción con las reglas de conmutación estándar, entonces se puede escribir el hamiltoniano de Bogoliubov como

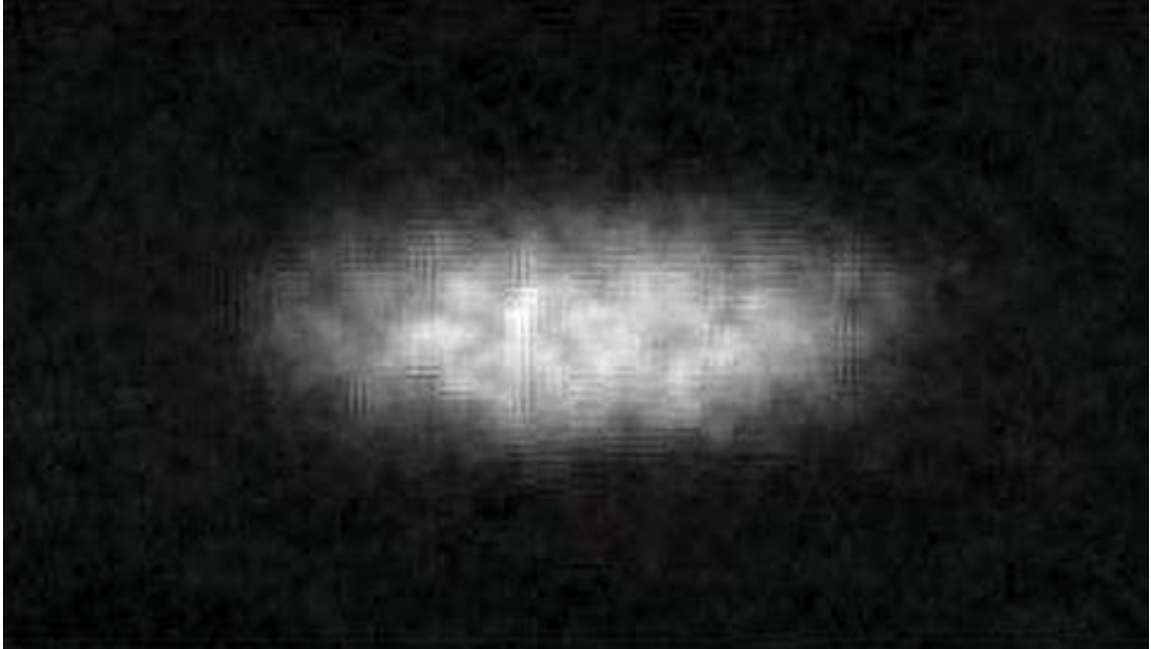
$$H = \hbar \sum_k \left[\text{Re}(\omega_k)(a_k^\dagger a_k - b_k^\dagger b_k) - \text{Im}(\omega_k)(a_k^\dagger b_k^\dagger + a_k b_k) \right]. \quad (41)$$

Según lo anterior, esto conduce a una creación auto-amplificada de pares de frecuencia positiva y negativa, lo cual se parece bastante al proceso de evaporación de Hawking[4].

7 Algunos resultados

Encontramos algunos resultados obtenidos del estudio de agujeros negros sónicos, por ejemplo se ha reportado que científicos israelíes han creado el análogo sónico de un agujero negro. Como ocurre en otros campos de las ciencias, disponer de un objeto o modelo análogo al que se quiere estudiar puede resultar una buena manera de comprender algo que por su naturaleza no puede ser analizado directamente. Con esta idea en mente, Oren Lahav y sus colegas, científicos del Technion-Israel Institute of Technology en Haifa, Israel, han creado un “agujero negro sónico” cuyos detalles ha sido publicados en el último número de la conocida revista *Physical Review Letters*. El agujero negro en cuestión, como se ha mencionado anteriormente se basa en un condensado Bose-Einstein compuesto por un centenar de miles de átomos de rubidio que fueron desacelerados a su estado cuántico más bajo mediante una trampa magnética. Este grupo de átomos fríos actúa como un único objeto macroscópico, similar a un superfotón, pero con algunas propiedades típicas de la mecánica cuántica. Uno de los avances experimentales importantes tiene que ver con la forma de acelerar partes del condensado a velocidades supersónicas para crear diferentes regiones en su interior. Se utilizó un láser de gran diámetro para crear un serie de “escalones” de potencial, logrando que cuando el condensado Bose-Einstein cruce estas zonas, se acelere hasta velocidades supersónicas. Se demuestra que el condensado podría acelerarse más de un orden de magnitud que la velocidad del sonido, es decir a Mach 1, 2, o 3. Se reporta igualmente que se ha logrado superar la velocidad crítica de Landau, que establece que el flujo no puede exceder la velocidad del sonido. En esta configuración, el límite entre las regiones supersónicas y subsónicas actúa como si fuese el horizonte de eventos de un agujero negro, por ende en la frontera de este horizonte de sucesos la velocidad del flujo del condensado es exactamente igual a la velocidad del sonido. En el lado supersónico de la barrera, la densidad del condensado es mucho menor que en el lado subsónico, encontrándose además que a una baja densidad le corresponde una velocidad de flujo más alta, esto debido a la conservación de la masa[9].

En los experimentos se demostró que el horizonte de eventos de este agujero negro sónico era estable durante aproximadamente 20 milisegundos, que transcurrido ese intervalo, las inestabilidades del sistema destruyen el agujero sónico. Sin embargo, en ese tiempo se ha podido demostrar que de la misma forma que un agujero negro atrapa fotones, la región supersónica del agujero negro sónico funciona como una eficiente trampa para las ondas de sonido y otras ondas, siempre que estén dentro del rango comprendido entre los 1,6 y 18 micrómetros. Las que poseen una longitud de onda más corta puede escapar, y aquellas con longitudes de onda mayores no caben en la región supersónica del agujero. Por lo tanto, se puede utilizar este tipo de agujero negro de sonido como modelo para estudiar la radiación de Hawking. En la imagen se muestra una fotografía de un posible agujero negro sónico, se aprecia la región de formación, pero es probable que la luminosidad presente no corresponda con la radiación producida por el agujero.



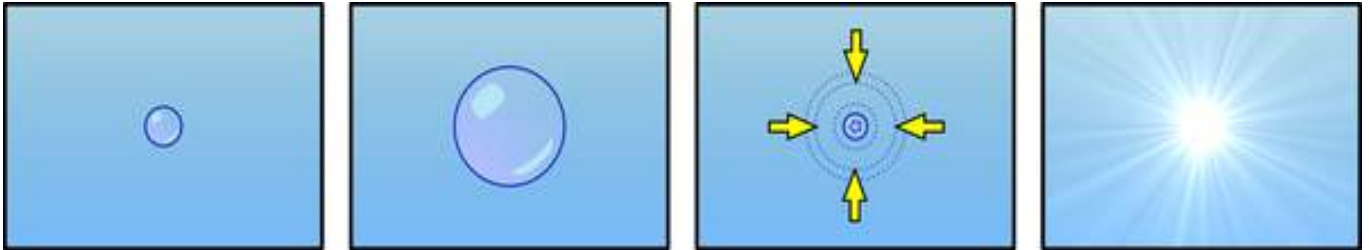
Científicos israelíes han creado el análogo sónico de un agujero negro. Estos objetos astronómicos son tan masivos que su intenso campo gravitatorio impide a la luz escapar de su atracción. El agujero negro sonico tiene un efecto similar, pero sobre las ondas sonoras. Los físicos esperan que este «engendro» les sea útil para comprender fenómenos que tienen lugar en los agujeros negros, como por ejemplo la radiación de Hawking.
(Imágenes BBC)

Aunque los fenómenos de sonoluminiscencia se han reportado de tiempo atrás, no se conoce realmente cual es el origen de la radiación observada, aquí si se puede decir observada ya que son varios los reportes que muestran el fenómeno. La sonoluminiscencia fue descubierta en 1934 por H. Frenzel y H. Schultes mientras realizaban experimentos sobre el sónar. En los años 1980 Filipe Gaitan y Lawrence Crum consiguieron producir una única burbuja sonoluminiscente, posteriormente, en el año 2005 un experimento llevado a cabo por el equipo de D. Flannigan permitió medir la temperatura alcanzada en el interior de la burbuja donde se pueden alcanzar temperaturas de hasta $15.000K$, y al parecer algunos experimentos muestran que se alcanzan temperaturas superiores en torno a 10^6 K, pero temperaturas tan altas no han sido confirmadas.

La sonoluminiscencia puede ocurrir siempre que una onda sonora de intensidad suficiente, induzca o produzca una cavidad gaseosa dentro de un líquido seguida de una contracción rápida. Esta cavidad puede tomar la forma de una burbuja, o puede generarse a través de un proceso conocido como la cavitación, estudiada tiempo atrás, en el flujo de fluidos. La sonoluminiscencia en el laboratorio puede hacerse estable, para que una sola burbuja se expanda y contraiga repetidamente una y otra vez de modo periódico, emitiendo un estallido de luz cada vez que colapsa, fenómeno aún no claramente explicado. Para que esto ocurra, una onda acústica es ubicada dentro de un líquido, y la burbuja se ubica a un anti-nodo de presión en la onda estacionaria. Las frecuencias de resonancia dependen de la forma y tamaño del recipiente en que la burbuja se contiene. Los pequeños destellos de las burbujas son sumamente cortos, entre 35 y unos cientos de microsegundos, con las intensidades máximas del orden de 1-10 mW. Las burbujas son muy pequeñas cuando ellos emiten el resplandor, cerca de 1 micrómetro de diámetro que depende del fluido ambiente (por ejemplo el agua) y el gas contenido en la burbuja (por ejemplo el aire atmosférico). Así, según lo anterior, este es un fenómeno muy particular, que en sí mismo podría estudiarse con los elementos y conceptos propios de la TFD, y aún más profundamente buscar la relación que tiene esto con los posibles fenómenos observados en condensados de Bose-Einstein o en los agujeros negros sónicos. Debe aclararse aquí, que en este sistema físico no tenemos un estado cuántico puro, análogo al condensado Bose-Einstein, ya que lo que tenemos son burbujas que colapsan en un fluido debido a su interacción sónica, esto podría considerarse como un elemento importante de acercamiento con los agujeros negros sónicos. Surgen algunas preguntas, ¿este fenómeno origina horizontes?, ¿se puede estudiar este fenómeno con ayuda de

una métrica sónica?, ¿se pueden establecer dos regiones análogas a espacios de Hilbert? entre otras. Los avances teóricos y experimentales, se espera den respuesta a esto, pero sobre todo a los intrigantes misterios de los agujeros negros gravitacionales.

Finalmente se ilustra una imagen de un proceso de sonoluminiscencia, el cual podría tener relación con los agujeros negros sónicos, y con la llamada radiación Hawking[7].



Esquema del fenómeno de sonoluminiscencia. De izquierda a derecha: aparición de una burbuja, expansión lenta, contracción rápida y emisión de luz. Esto guarda alguna analogía con una posible radiación Hawking. (Imágenes google)

References

- [1] M. Visser, Acoustic black holes: horizons, ergospheres, and Hawking radiation, Washington University, 1997, gr-qc/9712010
- [2] V.P. Nair, Thermodynamics and Gravity, Physics Department City College of the CUNY New York, arXiv:1508.00171v1 [hep-th]
- [3] Y. Takahashi and H. Umezawa, Collective Phenom. 2, 55 (1975), reprinted in Int. J. Mod. Phys. B 10, 1755 (1996); H. Chu and H. Umezawa, Int. J. Mod. Phys. A 9, 2363 (1994); for a review, see H. Umezawa, H. Matsumoto and M. Tachiki, Thermodynamics and Condensed States (North-Holland, Amsterdam, 1982).23
- [4] Garay. L., Acoustic black holes in dilute Bose-Einstein condensates, Madrid Spain.
- [5] M. Visser, “Acoustic propagation in fluids: an unexpected example of Lorentzian geometry”, gr-qc/9311028.
- [6] W. Israel, Phys. Lett. A57, 107 (1976); T. Jacobson, Phys. Rev. D50, 6031 (1994).
- [7] M. C. José F. Ábrego López, El ultrasonido como una radiación ionizante Tesis, México, D. F., Agosto 2006
- [8] Eric. A, Cornell and Carle, Wieman, Bose-Einstein condensation in a dilute gas, December 8, 2001
- [9] Lev P. Pitaevskii and S. Stringari, Bose-Einstein Condensation, Clarendon Press, Oxford, 2003