

# Las normas sociomatemáticas y la enseñanza de la matemática

Marta Bonacina

## 1. Resumen

Corrientes de avanzada en Educación Matemática indican la existencia de una confrontación entre el "trabajo matemático" y la "matemática escolar"; resolver esto requiere considerar al hombre haciendo matemáticas antes que la producción matemática realizada por el hombre.

La naturaleza de las dificultades observadas muestra la necesidad de buscar en otros campos la razón de la crisis detectada. Así decidimos:

- centrar la búsqueda "en el contexto intersubjetivo y sociocultural donde cada sujeto desarrolla su trayectoria, la incidencia de ella en la génesis de las estructuras cognoscentes, en la posibilidad de ejercitarlas" ;
- limitar el campo de investigación al impacto producido en la educación matemática por las nuevas tecnologías;
- establecer como objetivos para esta instancia:
  - la búsqueda y elaboración de criterios, normas sociomatemáticas, para establecer un sistema de interpretación para el rediseño de la práctica.
  - la observación e interpretación de los resultados de la confrontación "teoría-empiría", a través de las prácticas rediseñadas.

## 2. Introducción

Muchos son los interrogantes que nos planteamos acerca de la mejor manera de transponer el conocimiento en esta actividad que a diario protagonizamos y en la cual no somos protagonistas excluyentes; pero es probable que no hagamos lo propio respecto al proceso *sociocultural* que, sin dudas, también se desarrolla en nuestras clases. Es decir, cuestiones tales como:

*¿qué relaciones se instalan durante la clase?, ¿cómo son las interacciones entre el deseo de aprender del alumno y el de enseñar del docente?; ¿qué comportamientos mejoran las relaciones interpersonales, las relaciones de estudiantes y docentes con el conocimiento?, ¿cuáles los obstaculizan?;*

Son cuestiones que estimamos inciden en el éxito o fracaso de nuestra labor y a las cuales normalmente no prestamos atención, particularmente en el nivel superior.

Creemos que tales cuestiones, relacionadas con lo *actitudinal*, deben ser especialmente consideradas. Consideramos también que existe una cuestión de fondo, no explicitada pero que subyace en la problemática planteada, la cual se refiere al carácter de la *función* docente en el Nivel Superior (Universitario). Así: ¿compete al docente de este nivel '*enseñar para la comprensión*' o su función se resume en ser un eficiente '*facilitador de la información*'?; es decir, ¿ha alcanzado ya el estudiante, a los 18 años, el nivel de autonomía y abstracción suficiente como para '*aprender solo*', sin la mediación del docente?.

Sin dudas, estas preguntas abren un amplio espacio de debate pues son muchas y muy divergentes las opiniones que al respecto podemos leer o escuchar y no existe en general, una postura predominante al respecto.

Nuestra experiencia particular indica que el adolescente, en general e incluso en el Nivel Superior, no ha logrado aún el pasaje *de lo concreto a lo formal*, no tiene por tanto la capacidad de gestionar su propio aprendizaje; que la mediación del docente sigue siendo necesaria a los efectos de planificar, conducir y promover las actividades que potencien y faciliten una efectiva apropiación del saber. Además de nuestra experiencia existen numerosas y variadas investigaciones realizadas en los últimos años, en distintos países del mundo, que dan cuenta del mismo fenómeno. Esto señalaría que el problema del aprendizaje sería *universal* y no privativo de un país o región. También mostrarían que la situación no dependería prioritaria ni exclusivamente de la edad cronológica de los alumnos, ni de las condiciones de infraestructuras, sino de múltiples factores, entre ellos: estrategias de aprendizaje, recursos metodológicos para la enseñanza, características de la *renegociación* del saber dentro del aula, *creencias sociales, creencias de los docentes*.

Seguramente si preguntamos a un docente si "*enseña para la comprensión*", este diga que sí; pero, y asumiendo que esto sea así, la realidad se encarga de demostrar que tal propósito no se logra y que más allá de las reformas curriculares implementadas, sigue sin lograrse. Más aún, podría decirse que la problemática se profundiza, ya que se observa aún en alumnos con un buen "rendimiento académico", o sea en aquellos que en las evaluaciones tradicionales demuestran un adecuado dominio de "técnicas y rutinas matemáticas".

Cabe entonces preguntarse: ¿cuál es la raíz del problema?. Entendemos que la situación descrita, reiterada año tras año y con distintos grupos de alumnos, estaría dando cuenta de la existencia de obstáculos pedagógicos aún no detectados; que, descubrir y remover estos obstáculos, determinar cual de ellos sería el *desencadenante* de los demás, es un punto de partida ineludible en el diseño de estrategias pedagógicas cuya objetivo sea mejorar la calidad del proceso educativo.

Al respecto, comparando contra otras más recientes, las respuestas que décadas atrás daban los docentes en relación a las mayores dificultades detectadas en los ingresantes a la Universidad, podamos vislumbrar algo. Tiempo atrás, las dificultades planteadas eran de "orden algebraico":

- *resolución de ecuaciones e inecuaciones*
- *interpretación de gráficos*
- *propiedades algebraicas: de las potencias, las raíces, los logaritmos.*
- *simplificar expresiones algebraicas, factorar.*
- *trigonometría.*

Ahora, y por ejemplo en el informe del Grupo de Discusión: "Actividades de enseñanza que pueden apoyar el tránsito de los estudiantes desde la secundaria a la Universidad"- *RELME 15*, 2001, leemos que a los efectos de disminuir la brecha existente entre ambos niveles, este grupo recomienda poner el acento en el desarrollo de capacidades generales, tales como:

- *comprender consignas y aplicar procedimiento apropiados para responderlas*
- *abstraer propiedades generales comunes a diversos objetos*
- *reconocer casos particulares en formulaciones generales*
- *comunicarse con otro según lo requiera el trabajo (en forma escrita, coloquial, gráfica o simbólica, en forma oral)*
- *traducir la información presentada en un registro dado (gráfico, simbólico, verbal, numérico) a cualquiera de los otros.*

Queda claro la diferencia esencial entre ambos informes, que ha habido un giro muy importante en cuanto al *tipo de capacidades* sobre las que ahora se pone el acento. También está claro que este giro no se debe a que los problemas de orden algebraicos hayan sido resueltos (estos perduran), sino a que finalmente se ha comprendido que si bien estos son importantes, no son *la raíz del problema*.

Además de coincidir con nuestros colegas del Grupo de Discusión rescatamos el hecho de que las capacidades aquí propuestas son aquellas que aparecen más "ligadas" a procesos de orden socioculturales ya que en última instancia las mismas dependen de la capacidad de *involucrarse, conectarse, comunicarse*, con otros o con el saber.

Así mismo, corrientes de avanzadas en investigación en Educación Matemática, señalan que la problemática fundamental en la enseñanza de esta disciplina estaría en la *confrontación* detectada entre la "*obra matemática*" y la "*matemática escolar*". Aceptar esta confrontación divide a la comunidad matemática en dos grandes grupos, los que acuerdan y los que no con esta didáctica emergente. Esta, en esencia, propone una *reconstrucción de significados* que establezca categorías del conocimiento matemático como resultado de la *actividad humana propiamente dicha* y no como resultado de la actividad matemática, visión esta que requiere considerar *al hombre haciendo matemática, antes que la producción matemática hecha por el hombre*.

Mientras tanto, no resuelto el problema de la enseñanza tradicional, el desarrollo de nuevas tecnologías ha provocado un impacto revolucionario dentro del campo de la Educación. Esto, de alguna manera, complica aún más la tarea, ya que en la programación de las actividades que estimemos adecuadas a los objetivos propuestos habrá que considerar, sin dudas, la inclusión del nuevo fenómeno. El desarrollo de nuevas tecnologías está asociado con el deseo de hallar mejores maneras de satisfacer necesidades, de realizar tareas; pero, estamos convencidas que el simple hecho de su existencia no garantiza que tal cosa suceda.

Al respecto observamos que la aplicación de la herramienta tecnológica no siempre se encuentra precedida del análisis y modificación de criterios que tal circunstancia amerita; que se perpetúan, ahora con tecnología, las estructuras anteriores, aquellas de ineficacia harto demostrada. Así, el reto al cual nos enfrentamos los docentes es el de ponerla al servicio del *desarrollo de las capacidades de los alumnos*; el de facilitar a través de ella *instrumentos concretos con los que acercarse al conocimiento de manera más significativa*.

Esto último presupone nuevamente y más *claramente*, la necesidad del *rediseño* de actividades e implica, a más de estar al día con las nuevas tecnologías, el compromiso de llevar a cabo un análisis crítico de su modo de empleo, el revisar los contenidos curriculares.

Estimamos que tendremos más y mejores oportunidades de enseñar y que nuestros estudiantes aprendan si nos proponemos esto desde un lugar muy distinto al tradicional; si, como docentes, nos consustanciamos con la idea de que no basta con que el discurso sea comprendido (el saber qué), que el mismo debe contribuir al "saber cómo"; que es sobre esta cuestión sobre la que debemos trabajar, insistir, considerando siempre al estudiante como parte de un contexto que, a más de incluirnos, determina conductas. Que una forma de comenzar es revisando el *valor* de los argumentos que esgrimimos en nuestras clases, más particularmente, si nuestros estudiantes asignan a tales argumentos *el mismo valor* que nosotros les asignamos. Creemos que esta es una cuestión de suma importancia para la transformación pretendida pues, y desde nuestra óptica, una condición ineludible para que nuestro discurso tenga "efecto", es que sea "reconocido" por el destinatario del mismo.

Asumido el compromiso, son objetivos básicos del presente trabajo:

- la *búsqueda y desarrollo* de criterios, normas e instrumentos a los efectos de establecer un *sistema de interpretación* a partir del cual proceder al rediseño de la propia práctica;

- *observar e interpretar*, los resultados de la confrontación “teoría-empiría” en el ámbito de la clase, a partir de los instrumentos especialmente diseñados en la etapa anterior.

### 3. Marco de referencia

La información reunida en investigaciones previas (1), realizadas por el equipo docente fue tomada como punto de partida a los efectos de definir el marco de referencia a partir del cual interpretar o explicar los fenómenos a observar. Así, por ejemplo, algunas de las conclusiones obtenidas y referida a los alumnos en tales estudios, fueron que:

- los *modelos mentales* que poseen los estudiantes condicionan fuertemente su actividad en clase, la resolución de problemas.
- trabajan por *analogía y repetición*; buscan el problema análogo para disponer ya, sin más esfuerzo que el de la memoria, de la representación formal (*la fórmula*) de la interrelación entre conceptos y objetos del problema.
- cuando se les dificulta la asimilación del problema a uno ya conocido realizan un proceso de *reinterpretación y/o adecuación* que generalmente resulta en la *modificación del problema*, ya que fuerzan o inventan datos o restricciones a los efectos de lograr el objetivo perseguido.

Existen, y también fueron consultadas, otras investigaciones y trabajos en los que se consideran y tratan las ideas expuestas. Al respecto, la enseñanza por *resolución de problemas* es una problemática que en los últimos años ha sido abordada por muchos autores, siempre desde la perspectiva de una estrategia superadora de las anteriores; más aún, pareciera que tal carácter está ya instalado en el inconsciente colectivo (como lo mostraría el hecho que en documentos oficiales donde se establecen normativas para la formación se haga referencia a esta estrategia ).

Por otro lado no se observa en la comunidad matemática la misma difusión o consenso en cuanto a otras cuestiones, particularmente las relativas al *contexto intersubjetivo y sociocultural en el que cada sujeto desarrolla su trayectoria de vida, la incidencia del mismo en la génesis de sus estructuras cognoscentes, en la posibilidad del ejercicio de estas*. Son estas cuestiones las que abordamos en esta ocasión, particularmente porque intuimos que estas podrían ser *las desencadenante de todos los demás problemas observados*.

D. Laino (2), señala que según los neo-piagetianos Anne-Nelly Perret Clermot y Michel Nicolet “...el contexto social y cultural afecta el desarrollo de las tareas, su resolución”; “los esquemas intelectuales de los sujetos se constituyen en interacciones con personas, objetos y situaciones caracterizados libidinalmente en su mundo cotidiano: en esas vinculaciones intersubjetivas se vehiculizan creencias compartidas, como componentes no racionales, que inciden en los procesos cognoscentes”. En el mismo artículo leemos “..se puede sostener que los sujetos actúan generalmente sin intención explícita, pero sí por una disposición adquirida que los orienta, de acuerdo a pautas, limitaciones, potencialidades y prohibiciones implícitas (interiorizadas en su universo de pertenencia). Los hábitos construidos predisponen para valorar ciertos datos del espacio social y no otros, determinan el interés que el individuo experimente por aprender un contenido particular. Este interés tiene que ver con el reconocimiento tácito del valor de la propuesta educativa, supone el estar involucrado,....., más allá de la intencionalidad consciente, el aprendizaje requiere también *de un acto de fe*, es decir, el establecimiento de relaciones en las que se crea en el que enseña y en el valor del contenido que se aprende” (consideramos que la matemática no escapa a estas consideraciones, más aún, que las mismas se potencian, porque en general el *sujeto común* no tiene claro cual es el *verdadero valor* de los objetos de la matemática; *desconfía* de ellos, pasando entonces a ser crucial que, por lo menos, *tenga fe al docente* ); por otra parte: “el portavoz autorizado solo puede actuar con sus palabras sobre otros en la medida que su mensaje concentra el capital simbólico acumulado por el grupo que le ha otorgado ese mandato y de *cuyo poder está investido*; una práctica efectiva se subordina a la consideración

de un conjunto sistemático de condiciones interdependientes que componen los rasgos distintivos de la escena didáctica: la relación entre las propiedades del discurso, las propiedades de quien las pronuncia y de sus destinatarios, así como también las de *la institución que autoriza a pronunciarlo*. Pero no basta que el discurso sea *comprendido*; solo ejerce su propio efecto a condición de ser *reconocido* como tal”.

El conjunto de prescripciones que rigen la *forma* del discurso es sólo un elemento del mismo, el más visible de un *sistema de condiciones* que lo rige, aunque no el más importante. Los más importantes, los insustituibles, son aquellos que producen la disposición al *reconocimiento*, como ser las creencias de los destinatarios. Del mismo modo que el lenguaje de autoridad gobierna siempre con la colaboración de aquellos a quienes gobierna, sólo se puede educar con la colaboración de aquellos a los que se educa. Así como también sólo se psicoanaliza a quién está dispuesto. Profesiones todas (gobernante, educador, psicoanalista) a las que Freud, no por casualidad, llama, “*imposibles*” .

Acordando con estos supuestos, el punto de vista adoptado para trabajar en esta ocasión está esencialmente basado en una perspectiva Vygotskiana, en la cual el aprender se ve como una actividad fundamentalmente *social*; es decir para la cual la *comprensión* se construye a través de la interacción y actividad social y donde los conceptos y modelos son construcciones resultantes de actividades de participación ‘*cara a cara*’.

Desde esta perspectiva; los objetivos de la actividad de resolución de problemas son:

- de orden metodológico: aprender a resolver problemas.
- de orden cognitivo: aprender conceptos o procedimientos
- de orden actitudinal: crear el ambiente propicio para la ‘renegociación’ de aquellos ‘modelos mentales’ que obstaculizan, cuando no imposibilitan, el desarrollo de las capacidades requeridas para el ‘aprendizaje comprensivo, significativo’.

En particular y en relación a la enseñanza de la Matemática, Hershkowitz y Schwarz, (3), dicen: “muy pocos estudios de clase han intentado abarcar las construcciones psicológicas individuales y el análisis de las *interacciones entre la clase y el discurso*, especialmente en los salones de matemática. En el mismo trabajo Cobb y Yackel proponen el concepto de “perspectiva emergente” como marco a sus investigaciones acerca del “comportamiento de los estudiantes en el contexto de la clase de matemática”. Ellos dicen que así como la sociedad responde a normas o reglas de conducta que genera como subproducto de las complicadas interrelaciones que se dan hacia el seno de la misma; el aula, como una sociedad a escala, también genera y responde a ciertas *normas sociales* que resultan de la “construcción en conjunto, docentes y estudiantes”, construcción en la que si bien se reconoce al maestro como iniciador y guía también se reconoce una importante participación de los estudiantes; más aún, que estos serían, *factores claves en la renegociación de estas normas de clase*; en la formación de *nuevas normas*. Numerosas normas emergentes han sido reconocidas por Coob y Yackel, tal como “explicar y justificar soluciones, en un intento de dar sentido a la explicación dada por otro; cuestionar la explicación dada en situaciones donde un conflicto de interpretación se hace presente”. (el trabajo se refiere a estudiantes de 9ª Grado)” .

En particular estos autores proponen que no solo las normas sociales de aplicación a cualquier rama del conocimiento deben ser atendidas, sino también las que ellos llaman “*normas socio- matemáticas*”; o sea, aquellas que son propias de la comunidad matemática, como ser y por ejemplo: ¿qué entiende un matemático por “diferentes soluciones de un problema” y que entiende el común de la gente?. El matemático contabiliza entre tales soluciones a las “sofisticadas”, las “eficientes o *elegantes*” y hasta una “aceptable explicación matemática”. Creemos que para el vulgo (que nos incluye), dos soluciones son diferentes cuando son *numéricamente distintas*. ¿Cómo sabemos nosotros cuando nos referimos a una u otra interpretación?: porque lo *entendemos del contexto matemático en el que estamos trabajando dado que conocemos la “norma” que en algún momento, por alguna razón, se convino, acordó, en la comunidad matemática*.

Desde esta perspectiva estimamos que es posible enseñar a través de la "sistematización" del conocimiento si esto lo intentamos desde un lugar muy distinto del tradicional. Así, para enseñar *a buscar y reconocer los elementos típicos de un argumento matemático* (tanto en una presentación formal como informal); a analizar, revisar y releer hasta poder detectar la estructura básica que subyace en cada situación a resolver, en cada concepto a aprender; *debemos previamente ocuparnos de detectar y remover los obstáculos que están imposibilitando este aprendizaje*, tener en cuenta que esto no es un proceso rápido ni fácil, que los esquemas o hábitos incorrectos son persistente, difíciles de modificar. Estimamos que tendríamos una mejor oportunidad de enseñar a resolver problemas a través de *convencer* al alumno de la importancia de poder reconocer la estructura básica subyacente a casi todo problema, de poder incorporar ciertos *esquemas generales de resolución*, pero convencerlo con argumentos *"de valor"* para él, no para nosotros. En definitiva, estamos convencidos que los estudiantes no puedan aprender matemática por la falta de una metodología apropiada al efecto; que esta *no existe* a Nivel Superior, entre otras cosas, porque todavía son muchos los que consideran que no le compete el *"enseñar para la comprensión"*. No creemos que esto sea así, creemos que existen métodos efectivos para la transposición del saber, *que se puede enseñar a resolver problemas, guiar al alumno en el difícil paso de lo concreto a lo abstracto*; que realizar una demostración, comprender un concepto o resolver un problema ya no es tan difícil si se puede *reconocer* la estructura básica subyacente y, por ende, *seleccionar* el esquema general más conveniente a los efectos de la tarea a realizar.

Otra cuestión que consideramos importante y que en la educación tradicional no se observa, es el destinar un espacio para el razonamiento heurístico. El razonamiento heurístico es un tipo de razonamiento que no es definitivo ni riguroso, que es *provisional y plausible*, pero que aún así puede servir para descubrir la solución de un problema, la verdad o falsedad de una conjetura o hipótesis. Justamente es en el desarrollo de este tipo de razonamiento donde hallamos un importante papel para la herramienta tecnológica ya que esta, al proporcionar formas de trabajo distintas a la de la clase tradicional, permite la ejecución de los procesos que hacen al desarrollo del pensamiento heurístico al facilitar, o incluso posibilitar, los procesos de prueba y error, de simulación, modelización, hipotetización, verificación gráfica, etc.

#### **4. Desarrollo de la propuesta, 1ra etapa**

- En la confección del plan de trabajo contemplamos tanto cuestiones atinentes a la propia disciplina como, y especialmente, todas aquellas otras que tuvieran que ver con una positiva integración de Sociedad, Ciencia y Tecnología. En una primer etapa procedimos a investigar, caracterizar y explicitar una serie de normas "sociomatemáticas" (que llamamos "preexistentes") y que entendimos inhibitoras del aprendizaje y relativas al contexto sociocultural. Por contraposición establecimos las normas a renegociar con nuestros estudiantes, las que llamamos "emergentes". Concretada la primera etapa (sistema de interpretación, diseño de instrumentos para la intervención pedagógica); en una segunda etapa, generamos experiencias participativas con la presencia de estudiantes y docentes a los fines de *implementar, observar y evaluar* la calidad de los instrumentos diseñados, el sistema de interpretación en sí.

- Explicitadas las *normas preexistentes* y por contraposición las "emergentes", o sea aquellas a *renegociar* con los estudiantes, tuvimos así a nuestro alcance el "sistema de interpretación", "las coordenadas de inteligibilidad" necesarias a los efectos de proceder al rediseño de nuestra práctica, a interpretar los resultados de la confrontación "teoría-empiría" en el ámbito de la clase, a la evaluación de las nuevas tecnologías de información y cálculo como herramientas de apoyo para la gestión pedagógica. A continuación, y a modo de ejemplo, citamos algunas de las normas oportunamente detectadas. Cabe aclarar que esta base no es estática sino "viva"; o sea que a medida que comprobemos la inexactitud de alguna de las normas allí propuestas inmediatamente la reformulamos o quitamos, según corresponda.

Propuesta de un Marco Interpretativo:

| Normas Preexistentes  | Normas Emergentes   |
|---|---|
| <p>1.- Registro y apropiación de la información sin el adecuado <i>procesamiento</i> de la misma.</p> <p>2.- Sólo hay dos opciones posibles ante un problema: “reconocer” o “abandonar”.</p> <p>3.- La PC: resolutor infalible de cualquier tipo de problema. (lo informado es evidencia de una verdad oculta, inaccesible para nos).</p> <p>4.- Evidencia gráfica y argumentación dialéctica no son legítimas, ni siquiera atendibles.</p> <p>5.- el lenguaje (su uso) y el desarrollo del intelecto no son interdependientes.</p> | <p>1.- Asimilación crítica del conocimiento a través de someter el mismo a un necesario proceso de “acomodación”.</p> <p>2.- Reconocer la existencia de una multiplicidad de recursos para resolver problemas, la existencia de caminos alternativos, incluso “no formales”.</p> <p>3.- La PC: auxiliar importante en la resolución de problemas, facilitadora de manipulaciones algebraicas y gráficas, de simulaciones, verificaciones.</p> <p>4.- Pensar heurísticamente, graficar, son formas válidas de explorar, refutar, inducir resultados.</p> <p>5.- lenguaje y desarrollo intelectual están absolutamente ligados. (*)</p> |

(\*) Según Duval (4), *toda acción cognitiva sería una acción mediada por instrumentos materiales o simbólicos (entre ellos: la lengua).*

El eje de la propuesta está soportado en la creencia que las normas “sociomatemáticas” detectadas, en el caso de ser inhibitorias del aprendizaje, pueden ser renegociadas a través de:

- actividades convenientemente organizadas en torno a la resolución de problemas, al aprendizaje por descubrimiento (desde el guiado al autónomo).
- el uso de software amigables, que permitan una vinculación dinámica y ágil entre los distintos registros (algebraico, gráfico, numérico, verbal) así como un simple accionar hacia su interior.
- La propuestas de problemas o ejercicios que *explícitamente* inviten a reflexionar tanto sobre *las propias acciones como sobre la de los otros*; que requieran del conocimiento “intuitivo”, la exploración previa, que permitan que el docente guíe al estudiante en la tarea de consolidar conceptos, procesos y lenguajes, que planteen explícitamente la formalización de los mismos.

Al respecto leemos, “todas las didácticas que apuntan a la construcción de un aprendizaje significativo señalan la importancia del trabajo pedagógico con las concepciones previas de los alumnos; concepciones provenientes generalmente del conocimiento vulgar y que pueden resultar en obstáculos pedagógicos. La tarea de confrontación necesaria para la deconstrucción de hipótesis o teorías erróneas (en nuestro caso las “normas preexistentes”) requiere de un trabajo metacognitivo que obliga al sujeto que aprende a confrontar sus conocimientos y habilidades con los nuevos problemas que se le presentan.” (5).

Así, el “concepto estructurante” del plan de trabajo propuesto es el concepto de metacognición, siendo el concepto estructurante “un concepto que puede considerarse un

instrumento, una nueva clave para la comprensión de los complejos procesos de aprendizaje y enseñanza". (5)

## 5. Metodología de trabajo, 2da etapa

- La experiencia se implementó con alumnos de 1er año de la Facultad Cs. Exactas e Ingeniería (G.1) y de la Facultad de Cs Bioquímicas y Farmacéuticas (G.2) y durante dos años.
- Las actividades se implementaron en forma *extracurricular* y *optativa*, según una metodología que llamamos de "Aula Taller". Al finalizar cada sesión, el alumno debía entregar un reporte relativo a las actividades desarrolladas en la misma.
- Los alumnos dispusieron de protocolos de trabajo y un disquete con archivos especialmente diseñados para la experiencia. Las actividades propuestas requerían del uso de un *software matemático*. En su diseño se contempló especialmente que el contenido matemático fuera el aspecto principal de la secuencia y que, en ciertas instancias, debieran acudir al *lápiz y papel*. El software elegido fue el *Derive* por considerarlo *amigable* para el contexto de la experiencia.

El plan de trabajo comprende cuatro fases:

Fase 1: Trabajo en el Aula Taller (2 hs.). Los estudiantes trabajan cada uno en una PC, con la supervisión o guía de docentes. Los docentes cumplen el rol de observador-participante: toman notas de clase; preguntan, orientan y originan debates.

Fase 2: Corrección de reportes, evaluación de registros y datos colectados en la fase 1.

Fase 3: Discusión grupal de los reportes, docentes y estudiantes.

Fase 4: Evaluaciones individuales, entrevistas personales.

### 5.1 Material Confeccionado para la Experiencia

- I) Manual de Introducción al Derive
- II) **Protocolo N° 0:** destinado a familiarizar al alumno con el software a través del Manual y la orientación del docente comprende cuestiones básicas referidas al manejo del mismo. La intención es que el alumno adquiera *soltura* en el uso de los comandos y sentencias elementales ya que, de ser necesario una programación más compleja o el uso de funciones más específicas, éstas estaban grabadas en el disquete de trabajo proporcionado al alumno. El objetivo es lograr que esta herramienta se transforme en un verdadero *auxiliar didáctico*.
- III) **Protocolo N° 1 :**
  - Objetivos:** identificar y graficar con DERIVE funciones "seccionalmente definidas" (s.d).
  - Actividades:**
    - 1a)** relacionar gráfica con ley de una función.  
(\* ) *el alumno debe graficar con DERIVE; luego, y a partir de la gráfica, informar la ley de la función. La sentencia para graficar estas funciones involucra al comando "IF" (desconocido para el alumno), motivo por el cual se le da en el disquete, el sólo debe ejecutarla.*
    - 1b)** obtener la forma simbólica de la función cuya gráfica es un segmento de recta.



(\*) esta actividad permite evaluar la funcionalidad adquirida en cuanto a contenidos teóricos, procedimentales y actitudinales: determinación de la ecuación de una recta; discusión y determinación del dominio de la función; validación de resultados; etc.

**1c)** relacionar ley con gráfica de una función.

(\*) aquí se le da la ley de una función s.d. y se le pide graficarla. En esta instancia, la sentencia para graficar la función debe hallarla el alumno. Para ello debe explorar la estructura del comando "IF" usado en el ejercicio 1a). Estimamos que de esta forma, el aprendizaje del comando adquiere una dimensión que va más allá de lo puramente operacional; que la ejecución de esta acción coadyuva a la consolidación del conocimiento matemático propiamente dicho y a la familiarización con estructuras lógicas.

**1d)** Corrimiento de funciones: efecto del coeficiente **b** en:  $y = S(x) + b$ ,  $y = S(x-b)$ .

(\*) se vuelven a proporcionar sentencias que en esta instancia le permiten al alumno graficar en forma simultánea una gran cantidad de funciones; o sea que le permiten graficar `familias de funciones` asociadas a una función prototipo. La idea es que a partir de esta acción puedan apreciar rápidamente el efecto del coeficiente explorado, realicen conjeturas, las verifiquen. También que analicen la sentencia, su estructura, la incorporen a su propio bagaje de herramientas computacionales.

**1e)** se propone una serie de ejercicios del tipo visto para afianzar lo aprendido.

#### **IV) Protocolo Nº 2**

**Objetivos:** evaluar la capacidad de investigar y formular conjeturas.

**Desarrollo:** en este ejercicio se presenta una familia de parábolas ( $y = x^2 + b x + 1$ ) a través de una sentencia que permite graficarlas todas de una vez (VECTOR(  $[x^2 + b x + 1]$  , b, -5, 5, 1) y se solicita que investiguen que particularidad presenta esta familia; verifiquen su hallazgo.

#### **V) Protocolo Nº 3** - Ejercicio de aplicación

**Objetivo:** evaluar la movilidad de conceptos a través de la obtención del "coeficiente de dilatación lineal del cobre".

**Desarrollo:** a través de "tablas de valores" grabadas en el disquete se informan los datos obtenidos en un laboratorio en una experiencia realizada con distintas varillas de cobre, sometidas cada una de ellas a iguales cambios de temperatura. Luego se propone una secuencia de pasos para hallar el coeficiente pedido.

### **5.2 Observaciones Generales Relativas al Diseño y Desarrollo de los Protocolos**

La experiencia indica que los estudiantes entienden como "problema" una estructura *canónica* es decir, un texto breve en el que no faltan ni sobran datos, cuya secuencia lógica y organización responde a algoritmos y fórmulas conocidas y que tiene *solución única*. (**norma 2**). Esta concepción errónea está también ligada a la **norma 1** y constituye por lo tanto una norma a "renegociar" con nuestros estudiantes.

Estos acudieron al taller en la creencia de que sus falencias serían suplidas por la computadora, es decir convencidos que con el software matemático iban a poder resolver cualquier problema más allá de sus conocimientos al respecto; considerando la PC como una caja mágica que da "SOLUCIONES". Pensamos que renegociar esta norma era algo que podía hacerse a través de "crear un conflicto entre sus creencias y la realidad".

Así, y por ejemplo, en (**1.e**) propusimos un problema cuya resolución estaba basada en el análisis de un gráfico (fig. 1); o sea, un problema cuya respuesta no era un número, no podían resolver aplicando una fórmula.

El problema fue:

"En un trabajo se ofrece el pago de jornal según las horas trabajadas por semana.

Para el puesto A se ofrece 15 \$/h por las primeras 20 horas y 5 \$/h por adicional;

para el B se ofrece 15 \$/h por las primeras 10 horas y 10 \$/h por adicional.  
 ¿Qué trabajo tratarías de obtener?; ¿pedirías más información?, ¿porqué?."

Este problema involucra *dos funciones*: ganancia en el puesto A =  $A(t)$  y ganancia en B =  $B(t)$ . Para resolverlo lo más conveniente es hallar ambas funciones, graficarlas en un mismo sistema y concluir a partir de "comparar" los gráficos.

$$A(t) = \begin{cases} 15 \cdot t & 0 \leq t \leq 20 \\ 300 + 5(t - 20) & t > 20 \end{cases}$$

$$B(t) = \begin{cases} 15 \cdot t & 0 \leq t \leq 10 \\ 150 + 10(t - 10) & t > 10 \end{cases}$$

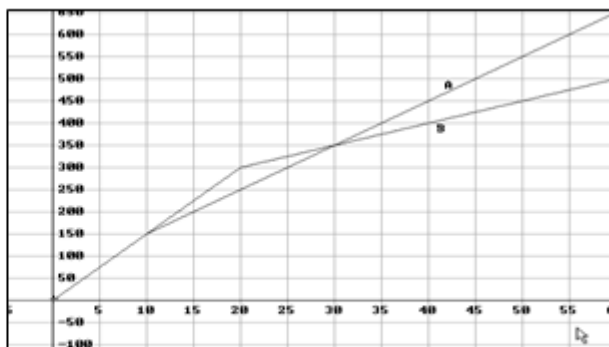


fig. 1

Las funciones a hallar son funciones "seccionalmente definidas"; o sea, funciones que ya trabajadas y que en los hechos aparecen cada vez que se necesita describir situaciones sujetas a distintas restricciones en intervalos distintos.

Aquí el alumno, a más de reconocer que las incógnitas eran funciones, debía reconocer el tipo particular de funciones de que se trataba, recordar la sentencia a usar para graficarlas: **If (condición, 1er. argumento, 2do argumento)**. De manera que tenían todos los elementos para resolver el problema planteado. Sin embargo, los problemas surgidos fueron muchos y más que nada imprevistos:

- *Primer problema*: no reconocieron que el concepto al que debían acudir era el de *función*. (menos, el de función *seccionalmente definida*)
  - *Segundo problema*: inducidos por el docente reconocen la conveniencia de proponer una función pero, ino pueden *encontrar* (en la PC) la ley de la misma!  
 ✓ "¿con que tecla o comando hago aparecer esta ley?" (un alumno).  
 (la PC como caja mágica que *produce* funciones *por se*.)
  - *Tercer problema*: sugerido directamente por el docente como introducir la ley y como graficar, no saben luego como utilizar los gráficos para concluir, porque:  
 ✓ "Los gráficos no son precisos" (varios alumnos)
- Otra norma a renegociar fue la "vaguedad en el lenguaje" (**norma 5**), la cual se aprecia no solo en la comunicación oral sino, y particularmente, en la escrita: desde la presentación del problema en la hoja de trabajo, pasando por la falta de *organización, coherencia* con que presentan los reportes, hasta llegar a que rara vez *dan la respuesta en forma de oración* (generalmente recuadran o subrayan el resultado numérico allí donde terminan de hacer las cuentas). Este hecho puede obedecer a cuestiones tanto de orden general como propias de la matemática. Así, el "reduccionismo en el lenguaje" observado en estos últimos años, puede caracterizarse como un fenómeno de orden sociocultural; por otro lado, también observamos que entre los estudiantes existe una creencia, la de que *todo lo que se escribe en la clase de matemática* debe estar en *lenguaje matemático* (6).

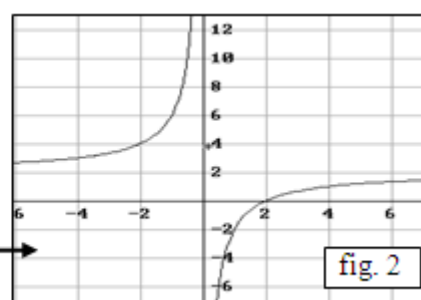
La primera cuestión escapa de las manos del docente de matemática; pero, ¿qué pasa con la segunda?: a nuestro entender la misma estaría dando cuenta de una "norma sociomatemática".

¿Por qué?: porque creemos que es una norma que puede ser renegociada por el docente, en la clase. Efectivamente, mientras explicamos un tema generalmente escribimos en el pizarrón *sólo las expresiones matemáticas*, lo que en sí, no es bueno ni malo. ¿Donde radica el problema?: en que el estudiante cuando toma apuntes, *escribe solo eso*, lo hallado en el pizarrón. Así, cuando estudia del apunte sólo encuentra: *un listado de fórmulas*, y esta es entonces la forma que adopta para informar; o sea, no solo reproduce los conceptos, sino también la *forma textual en que los registra*.

La ansiedad por "avanzar" en el uso del software sería determinante también en cuanto a no prestar atención a las consignas, no detenerse a interpretar (analizar, verificar, cuestionar) resultados. Y esto tiene que ver con normas sociales de orden general: la "rapidez" es hoy día un factor "sobreevaluado" (a nuestro entender).

Así, un grupo importante de alumnos introduce mal una función, la grafica, *obtiene otra cosa* (fig. 2), y continúa contestando preguntas referidas a la función, aún cuando carecen de sentido.

- la función era  $f(x) = 2x - 4$  (una recta, cosa que saben);
- el software requiere que se introduzca como  $f(x) := 2x - 4$ ;
- ellos no ponen los dos puntos y así, al dar el enter, en pantalla queda  $f.x = 2x - 4$ .
- lo que el software grafica como la hipérbola  $f = 2 - 4/x$ .



## 6. Conclusiones

Concluimos que renegociar las normas preexistentes parece requerir "algo más" que nuevas estrategias didácticas, que existen factores no tenidos en cuenta en el análisis hecho, fundamentalmente, el *valor* que ellos dan a las "nuevas" normas que queremos instalar o la existencia de un *valor que las subsume*. A este respecto pensamos que en el caso de la PC tal valor podría ser el de la "rapidez en el avance en el conocimiento del software". Si fuera así, queda claro porqué las estrategias propuestas no funcionaron: nosotros pretendíamos *usar el software para lograr un aprendizaje significativo de la matemática*, ellos, *usar el software para poder hacer matemática sin necesidad de "entenderla"*.

Otra cuestión pudiera ser que les estuviéramos dando un mensaje oral y otro procedual. Así concluimos que se abre un nuevo camino de investigación: el de reflexionar acerca de los procesos didácticos que generamos o consolidamos (como el *listado de fórmulas*); es decir "buscar la coherencia entre el saber enseñado y el saber actuado". (7).

## 7. Referencias

- (1) Bonacina et al, (Jul. 2003), *Las funciones en la resolución de problemas*, Relme17 . Chile; (Set. 2003), *Una propuesta interdisciplinaria con auxilio de asistente didáctico-matemático*; XXVI REM/ UMA . Río Cuarto. (Oct. 2003) *Una experiencia metodológica para la enseñanza del Cálculo con el soporte de un software*. III CAREM, Salta
- (2) Laino, Dora(1995), *Creencias y Procesos de Conocimiento, de Piaget a Bourdieu* -Leonardo Leonardo Da Vinci.. Publicación de divulgación científica de la Facultad de Cs. Sociales

UNLZ- Bs. As. (p:4-10)

- (3) Hershkowitz R. & Schwarz B., (Julio, 1996) . *The technology and the development of sociomathematical norms in classroom*. WG - ICME 8 , Sevilla , ESPAÑA
- (4) Duval, R. (1995). *Semiosis y pensamiento humano*. Editions Scientifiques européens. Peter Lang S.A.. Grupo de Educación Matemática, GEM Trad. 1999. Colombia.
- (5) Aebli, H.; Colussi G.; Sanjurjo, L. (1995). *Fundamentos Psicológicos de una Didáctica Operativa* . Rosario, Argentina: Homo sapiens Ediciones.
- (6) Gomez P. (1995). *Profesor: no entiendo*. México: Grupo Editorial Iberoamericano.
- (7) Litwin, E (1993). *Las configuraciones didácticas en la enseñanza universitaria*.. Bs. Aires Revista Nro 3 del IICE-UBA- Miño y Dácila.

**Marta Bonacina**  
[mbacuario@yahoo.com.ar](mailto:mbacuario@yahoo.com.ar)