

# **INTRODUCCIÓN AL EFECTO DOPPLER-FIZEAU, UN ARMA PARA LA ASTROFÍSICA**

Cuando el físico y matemático austriaco Christian Doppler (1803-1852) descubrió, allá por el año 1842, que la frecuencia que podía observar en una secuencia de ondas de sonido dependía del movimiento relativo del foco emisor, poco podía imaginar que ese hecho, y su aplicación al estudio de las ondas luminosas en los años siguientes por el francés Armand Hypolyte Fizeau (1819-1896), se convertiría, en la primera mitad del siglo siguiente, en el arma con la cual la Astrofísica conseguiría la primera y quizás la más dura evidencia observacional de la expansión del Universo.

### **Emisión y observación**

La propagación de señales ondulatorias en el espacio, tanto si se trata de ondas de sonido, que viajan a una velocidad muy corta, de 340 m/s, como si se trata de señales luminosas, en donde las ondas electromagnéticas viajan a la velocidad de la luz, de 300.000 kms/s, presentan un fenómeno para el receptor u observador de la señal que fue descubierto en el año 1842 y se conoce como Efecto Doppler, o bien, Efecto Doppler-Fizeau.

En esencia, el efecto consiste en el hecho de que el observador u receptor de la señal la recibe con una frecuencia distinta a la frecuencia con la que fue emitida si hay movimiento relativo entre el emisor y el observador de la misma.

Esta frecuencia distinta, o, si se quiere, longitud de onda distinta, pues la longitud de onda  $\lambda$  está relacionada con la frecuencia  $f$  por la expresión  $u=\lambda.f$ , siendo  $u$  la velocidad de la señal, implica que en unos casos el observador ve mayores y en otros menores longitudes de onda que las emitidas por el foco. Es decir, si son sonidos, unas veces los encuentra más graves (menores longitudes de onda) y otras más agudos (mayores longitudes de onda), y, por otra parte, si son señales luminosas, encuentra que en el espectro correspondiente al objeto que emite la señal unas veces las líneas de absorción quedan más hacia el rojo (longitudes de ondas menores) y otras quedan desplazadas hacia el azul (longitudes de onda mayores). (Para analizar de manera elemental los espectros de absorción y de emisión puede verse el artículo "El espectro de la radiación", en esta misma Web).

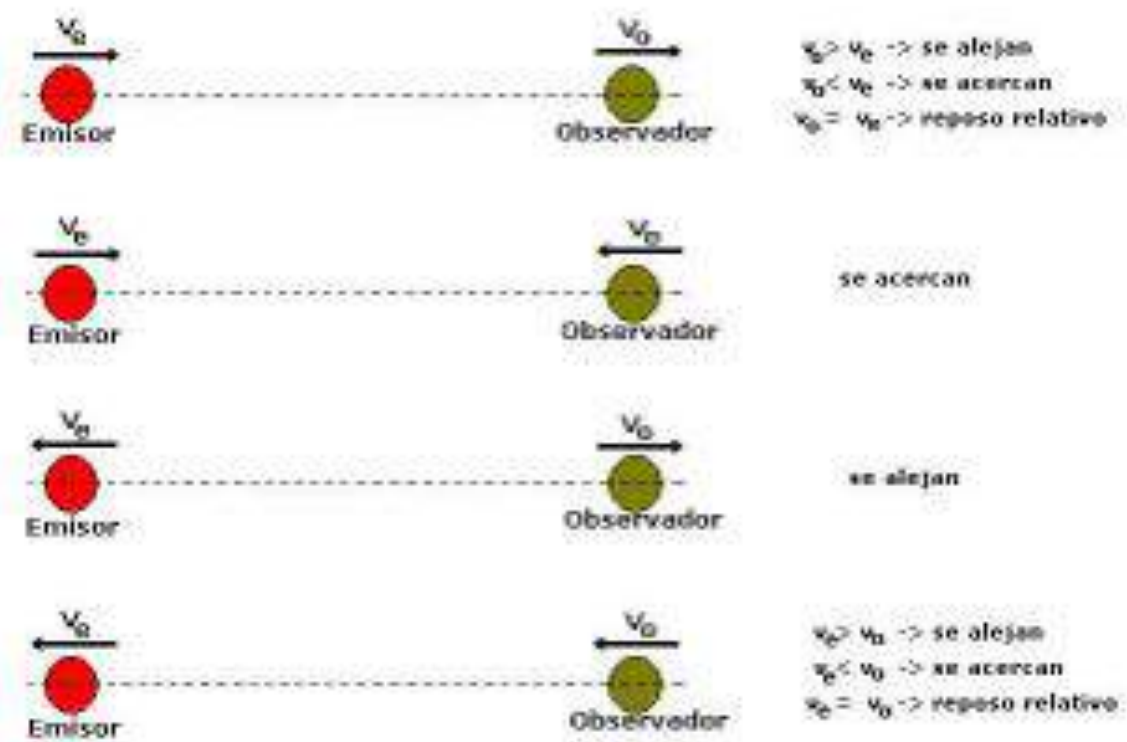
Fijando un sistema de referencia exterior al observador y al foco emisor de la señal, podemos hacer un estudio considerando movimientos tanto en el emisor como en el observador, en la recta que une a ambos, y tanto de acercamiento como de alejamiento. Ciertamente, el movimiento de ambos puntos no tiene necesariamente que tener la dirección de la recta que los une, pero siempre se puede considerar la componente en esa dirección.

Si consideramos un punto emisor, E, y un punto de observación, O, podemos hacer una análisis sencillo de la situación considerando una simple onda longitudinal emitida por E y observada por O.

En cuanto a su movimiento relativo puede ser, naturalmente, de reposo, de alejamiento o de acercamiento. Las situaciones posibles serían:

- a) Emisor acercándose al observador y observador alejándose del emisor.
- b) Emisor acercándose al observador y observador acercándose al emisor.
- c) Emisor alejándose del observador y observador alejándose del emisor.
- d) Emisor alejándose del observador y observador acercándose al emisor.

Gráficamente:



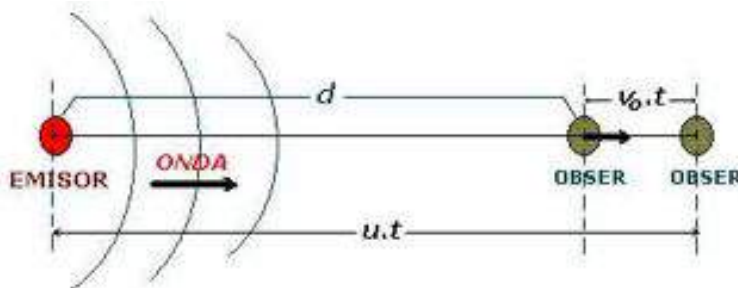
**Un breve razonamiento**

Para obtener la relación entre la frecuencia de la onda observada,  $f'$ , y la frecuencia de la onda emitida,  $f$ , podemos considerar uno cualquiera de los casos anteriores y describir, mediante una sencilla ecuación lineal, el tiempo de salida de la onda del emisor y el tiempo de llegada de la onda al observador.

Supongamos, pues, el primero de los casos, en el que el emisor se acerca al observador y el observador se aleja del emisor, con velocidades respectivas  $v_e$  y  $v_o$ .

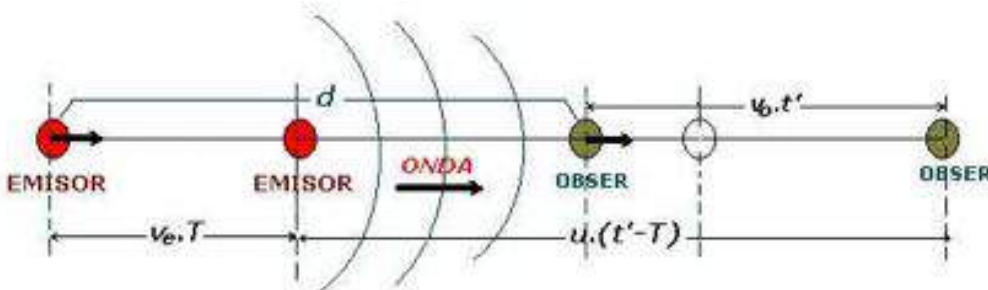
Supongamos que sea  $d$  la distancia inicial entre el emisor y el observador y que sea  $u$  la velocidad de propagación de las ondas emitidas.

En el tiempo inicial, cuando entre el emisor y el observador existe la distancia  $d$ , sale una onda del emisor que es recibida por el observador en el tiempo de  $t$  segundos, y mientras circula la onda, también el observador se ha desplazado con su velocidad  $v_o$ . Por lo cual:



$$u.t = d + v_o.t \quad [1]$$

Un periodo de tiempo,  $T$ , después de la salida de la onda anterior del emisor sale una segunda onda, que alcanza al observador cuando éste ya se ha desplazado durante  $t'$  segundos. La onda se ha desplazado, hasta alcanzarlo, durante un tiempo de  $t' - T$  segundos. En este caso, el emisor se había desplazado durante  $T$  segundos hasta emitir esta segunda onda. Se tiene:



$$u.(t'-T) = d - v_e.T + v_o.t' \quad [2]$$

Si eliminamos la distancia  $d$  entre ambas ecuaciones [1] y [2], se tiene:

$$u.(t'-T) = u.t - v_o.t - v_e.T + v_o.t'$$

y ordenando:

$$(u - v_e).T = (u - v_o).(t'-t)$$

y, siendo la diferencia de tiempos  $t'-t$  el intervalo con el que el observador ve llegar las dos ondas consecutivas, es decir el periodo observado  $T' = t' - t$ , se tiene:

$$(u - v_e).T = (u - v_o).T'$$

y teniendo en cuenta que el periodo se define como el inverso de la frecuencia:

$$(u - v_e). \frac{1}{f} = (u - v_o). \frac{1}{f'}$$

o bien:

$$\frac{f'}{f} = \frac{u - v_o}{u - v_e}$$

que es la fórmula deducida para el caso de que el emisor y el observador se muevan en el mismo sentido con alejamiento del observador.

Para obtener los demás casos basta cambiar de signo la velocidad del emisor o del receptor. En definitiva, se obtiene:

$$\frac{f'}{f} = \frac{u \pm v_o}{u \pm v_e}$$

En función de la longitud de onda, que se define como el producto de la velocidad de propagación de la onda por el periodo ( $\lambda = u.T = u/f$ ), se tiene:

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{u \pm v_o}{u \pm v_e}$$

**Relación entre los parámetros de la onda observada y de la onda emitida**

Veamos cual es la frecuencia  $f'$  y la longitud de onda  $\lambda'$  que detecta el observador en cada uno de los casos de movimiento relativo posibles:

- a) Emisor acercándose al observador y el observador alejándose del emisor.

$$\frac{f'}{f} = \frac{u - v_o}{u - v_e}$$

- Si se alejan ( $v_o > v_e$ ) se tiene:

$$u - v_o < u - v_e \Rightarrow \frac{u - v_o}{u - v_e} < 1 \Rightarrow \frac{f'}{f} < 1 \Rightarrow f' < f \Rightarrow \lambda' > \lambda$$

La frecuencia observada es menor que la frecuencia emitida, o sea, los sonidos observados son más graves y las longitudes de onda en el espectro de emisión son mayores, es decir, desplazadas hacia el rojo.

- Si se acercan ( $v_o < v_e$ ) se tiene:

$$u - v_o > u - v_e \Rightarrow \frac{u - v_o}{u - v_e} > 1 \Rightarrow \frac{f'}{f} > 1 \Rightarrow f' > f \Rightarrow \lambda' < \lambda$$

La frecuencia observada es, pues, mayor que la frecuencia emitida, o sea, los sonidos observados son ahora más agudos y las longitudes de onda en el espectro de emisión son menores, es decir, desplazadas hacia el azul.

- Si están en reposo ( $v_o = v_e$ ) será:

$$u - v_o = u - v_e \Rightarrow \frac{u - v_o}{u - v_e} = 1 \Rightarrow \frac{f'}{f} = 1 \Rightarrow f' = f \Rightarrow \lambda' = \lambda$$

No hay variación entre la frecuencia emitida y la observada, por lo que los sonidos se escuchan en la misma escala de emisión y no hay desplazamiento en el espectro de emisión.

- b) Emisor acercándose al observador y observador acercándose al emisor.

$$\frac{f'}{f} = \frac{u + v_o}{u - v_e}$$

Evidentemente, en este caso se acercan ambos puntos, y es:

$$u + v_o > u - v_e \Rightarrow \frac{u + v_o}{u - v_e} > 1 \Rightarrow \frac{f'}{f} > 1 \Rightarrow f' > f \Rightarrow \lambda' < \lambda$$

La frecuencia observada es, pues, mayor que la frecuencia emitida, o sea, los sonidos observados son ahora más agudos y las longitudes de onda en el espectro de emisión son menores, es decir, desplazadas hacia el azul.

- c) Emisor alejándose del observador y observador alejándose del emisor.

$$\frac{f'}{f} = \frac{u - v_o}{u + v_e}$$

Evidentemente, en este caso se alejan ambos puntos, y es:

$$u - v_o < u + v_e \Rightarrow \frac{u - v_o}{u + v_e} < 1 \Rightarrow \frac{f'}{f} < 1 \Rightarrow f' < f \Rightarrow \lambda' > \lambda$$

La frecuencia observada es, pues, menor que la frecuencia emitida, o sea, los sonidos observados son ahora más graves y las longitudes de onda en el espectro de emisión son mayores, es decir, desplazadas hacia el rojo.

- d) Emisor alejándose del observador y observador acercándose al emisor.

$$\frac{f'}{f} = \frac{u + v_o}{u + v_e}$$

- Si se acercan ( $v_o > v_e$ ) se tiene:

$$u + v_o > u + v_e \Rightarrow \frac{u + v_o}{u + v_e} > 1 \Rightarrow \frac{f'}{f} > 1 \Rightarrow f' > f \Rightarrow \lambda' < \lambda$$

La frecuencia observada es mayor que la frecuencia emitida, o sea, los sonidos observados son más agudos y las longitudes de onda en el espectro de emisión son menores, es decir, desplazadas hacia el azul.

- Si se alejan ( $v_o < v_e$ ) se tiene:

$$u + v_o < u + v_e \Rightarrow \frac{u + v_o}{u + v_e} < 1 \Rightarrow \frac{f'}{f} < 1 \Rightarrow f' < f \Rightarrow \lambda' > \lambda$$

La frecuencia observada es, pues, menor que la frecuencia emitida, o sea, los sonidos observados son ahora más graves y las longitudes de onda en el espectro de emisión son mayores, es decir, desplazadas hacia el rojo.

- Si están en reposo ( $v_o = v_e$ ) será:

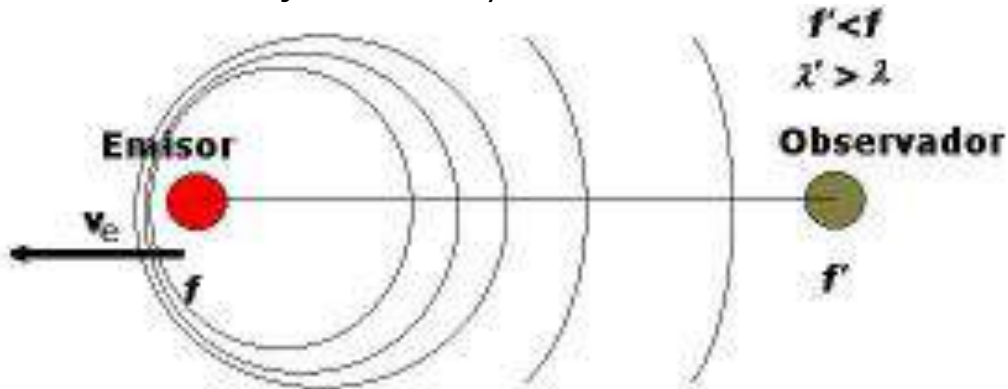
$$u + v_o = u + v_e \Rightarrow \frac{u + v_o}{u + v_e} = 1 \Rightarrow \frac{f'}{f} = 1 \Rightarrow f' = f \Rightarrow \lambda' = \lambda$$

No hay variación entre la frecuencia emitida y la observada, por lo que los sonidos se escuchan en la misma escala de tonos y no hay desplazamiento en el espectro de emisión.

**Acercamiento y alejamiento. Desplazamiento en las bandas del espectro**

De lo anterior podemos establecer que el movimiento relativo entre el emisor y el observador de la onda es determinante tanto en lo que respecta a ondas sonoras como en general en el desplazamiento de las bandas del espectro de la luz.

- Si se alejan el emisor y el observador:

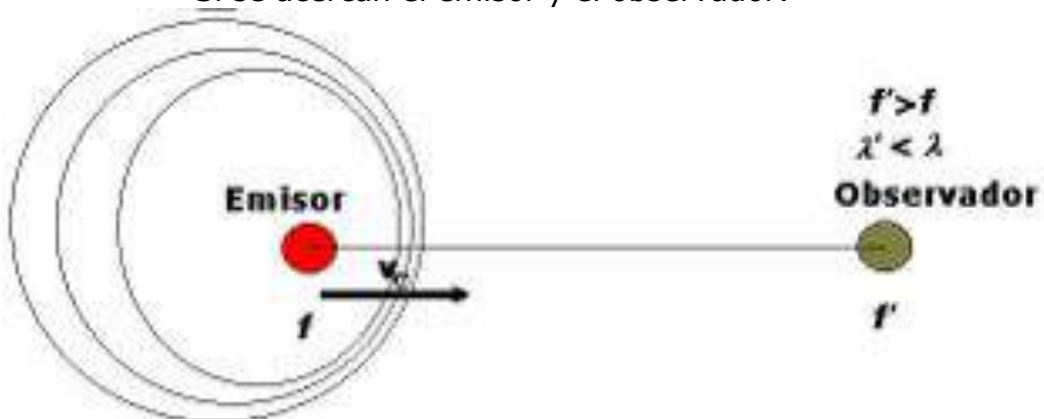


**Alejamiento del emisor y el observador  
DESPLAZAMIENTO HACIA EL ROJO**

Se verifican los siguientes hechos:

- . Las ondas acústicas presentan tonos graves al observador.
- . El espectro de emisión de la luz procedente de un foco emisor que se aleja presenta sus bandas de emisión desplazadas hacia el rojo.

- Si se acercan el emisor y el observador:



**Acercamiento del emisor y el observador  
DESPLAZAMIENTO HACIA EL AZUL**

Se verifican los siguientes hechos:

- . Las ondas acústicas presentan tonos agudos al observador.



. El espectro de emisión de la luz procedente de un foco emisor que se acerca presenta sus bandas de emisión desplazadas hacia el azul.

Puesto que el efecto Doppler se manifiesta de manera diferente en función del acercamiento o alejamiento relativo entre la fuente de la emisión y el receptor u observador de la señal, podemos, para simplificar, considerar fijo uno de los dos puntos (considerar un sistema de referencia en el que el observador esté en reposo, por ejemplo) y tomar solo el movimiento del emisor con respecto al observador.

Así, pues, si hacemos  $v_o = 0$  en las expresiones del efecto Doppler, se tiene, considerando como velocidad de la señal, la velocidad  $c$  de la luz:

- Cuando hay alejamiento relativo del emisor:

$$\frac{f'}{f} = \frac{c}{c + v_e}, \quad \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{c}{c + v_e}$$

- Cuando hay acercamiento relativo del emisor:

$$\frac{f'}{f} = \frac{c}{c - v_e}, \quad \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{c}{c - v_e}$$

**Movimiento del emisor en dirección distinta a la recta que le une con el observador**

Si el movimiento relativo del emisor no tuviera la dirección de la recta que le une con el observador, sino que forma con ella un ángulo  $\theta$ , se puede considerar su componente en esa dirección.



Basta por tanto, sustituir en las expresiones anteriores

- Cuando hay alejamiento relativo del emisor:

$$\frac{f'}{f} = \frac{c}{c + v_e \cdot \cos \theta}, \quad \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{c}{c + v_e \cdot \cos \theta}$$

- Cuando hay acercamiento relativo del emisor:

$$\frac{f'}{f} = \frac{c}{c - v_e \cdot \cos \theta}, \quad \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{c}{c - v_e \cdot \cos \theta}$$

**Determinación de la velocidad relativa del foco emisor en función de la variación de la longitud de onda observada**

Supongamos que en la señal que nos llega al punto de observación, la longitud de onda observada en una cierta línea del espectro de un elemento,  $\lambda'$ , se muestra distinta de la longitud de onda,  $\lambda$ , que presentaría el mismo elemento en reposo. Pueden darse solamente dos alternativas que nos permiten siempre calcular la velocidad de alejamiento o de acercamiento del foco emisor de la radiación.

- 1)  $\lambda' > \lambda$ . En este caso hay desplazamiento hacia el rojo, por lo que el emisor se está alejando del punto de observación. Entonces:

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{c + v_e}{c}$$

La variación relativa de longitud de onda será:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} = \frac{\lambda'}{\lambda} - 1 = \frac{c + v_e}{c} - 1 = \frac{v_e}{c} \Rightarrow \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_e}{c} \Rightarrow v_e = c \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

$$v_e = c \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

Ejemplo:



Las líneas observadas, de longitud de onda  $\lambda'$ , aparecen a la izquierda, hacia el rojo, de las longitudes de onda medidas en reposo,  $\lambda$ .

Ejemplo de cálculo de la velocidad de alejamiento de un objeto:

Sabemos que en el laboratorio las líneas de emisión del sodio en estado de reposo presentan una longitud de onda de 589,6 y 589 nanómetros, ambas muy próximas, dentro del amarillo. Al medir estas líneas en el espectro de emisión de cuerpo en el espacio interestelar, nos encontramos que presentan unas longitudes de onda algo diferentes: 590,5 y 589,9. Encontrar la velocidad del cuerpo que presenta tal espectro para el sodio.

---

Puesto que las longitudes de onda medidas son mayores que las que corresponden al espectro de emisión del sodio en reposo, en el laboratorio,

se observa que están desplazadas hacia el rojo, por lo que el cuerpo se está alejando de nosotros. Calculemos la velocidad de alejamiento:

$$v = c \cdot \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} = 300000 \cdot \frac{0,9}{589,6} = 457,93 \text{ kms/s}$$

2)  $\lambda' < \lambda$ . En este caso hay desplazamiento hacia el azul, por lo que el emisor se está acercando al punto de observación. Entonces:

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{c - v_e}{c}$$

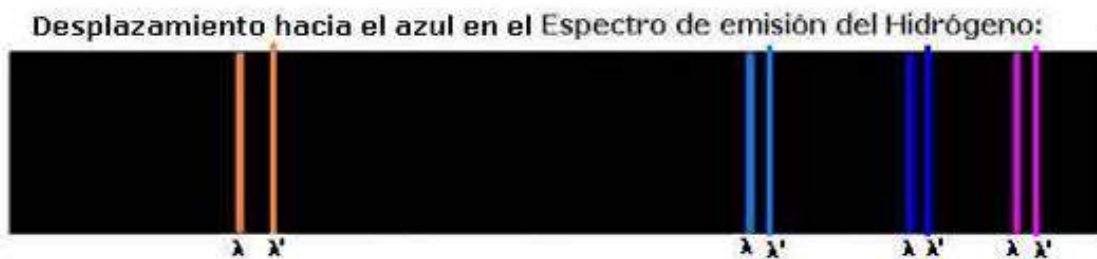
La variación relativa de longitud de onda será ahora:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} = \frac{\lambda'}{\lambda} - 1 = \frac{c - v_e}{c} - 1 = -\frac{v_e}{c} \Rightarrow \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = -\frac{v_e}{c} \Rightarrow v_e = -c \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

$$v_e = -c \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

(esta velocidad resulta positiva, pues la variación de longitud de onda es negativa en este caso)

Ejemplo:



En este ejemplo, que correspondería a un sistema que se acerca al punto de observación, las longitudes de onda observadas se aproximan al azul, hacia la derecha.

Ejemplo de cálculo de la velocidad de acercamiento:

Si al medir las líneas del espectro del Hidrógeno procedente de un objeto lejano, encontramos que la línea de absorción en el naranja presenta una longitud de onda de 655.3 nanómetros. ¿A qué velocidad relativa de nosotros se desplaza el objeto? ¿Se aleja o se acerca?.

---

Miramos en el laboratorio y vemos que la línea naranja del hidrógeno en reposo presenta una longitud de onda de 656 nanómetros. Por tanto, la longitud observada es menor, es decir, hay un de desplazamiento hacia el azul, lo que indica que el objeto se está acercando. Veamos a qué velocidad:

$$v = -c \cdot \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} = -300000 \cdot \frac{655.3 - 656}{656} = 300000 \cdot \frac{0.7}{656} = 320.12 \text{ Kms/s}$$

En general, puesto que la velocidad resulta siempre con signo positivo, podemos escribir simplemente

$$v = c \cdot z$$

donde es  $z = \left| \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \right|$  la variación relativa de longitud de onda.

Así, para un  $z=0,1$  hacia el rojo, la velocidad de alejamiento del objeto es de  $v= 30.000$  kms/s.

Para una galaxia en la que  $z = 0,15$  la velocidad es  $v=45.000$  kms/s alejándose de nosotros si el desplazamiento es hacia el rojo, o acercándose si es hacia el azul.

Para valores de  $z$  mayores que  $0,15$  la fórmula anterior necesita una corrección relativista, pues la velocidad de los objetos en los que se mediría el desplazamiento de las rayas de su espectro presenta órdenes comparables a la velocidad de la luz.

#### REFERENCIAS INTERNET:

<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/ondas/doppler/doppler.html>

[http://www.walter-fendt.de/ph11s/dopplereff\\_s.htm](http://www.walter-fendt.de/ph11s/dopplereff_s.htm)

<http://www.ehu.es/acustica/bachillerato/feaces/feaces.html>

[http://almaak.tripod.com/temas/efecto\\_doppler.htm](http://almaak.tripod.com/temas/efecto_doppler.htm)

<http://www.inaoep.mx/~rincon/doppler.html>

<http://perso.wanadoo.es/silesma/dop.htm>

<http://www.geocities.com/angelto.geo/bhole/doppler.htm>

<http://exoplanetas.astroseti.org/doppler.html>