¿QUÉ ES LA MECÁNICA CLÁSICA?

0.La Mecánica Clásica:

La Mecánica Clásica se construye como necesidad lógica de conectar las interacciones provocadoras del movimiento de las distribuciones materiales con la cinemática de las mismas (con las componentes de velocidad, con las componentes de aceleración, con las coordenadas).

Es la Mecánica Clásica una mecánica donde la partícula material mínima no está cuantizada, es decir, es infinitesimal. Una partícula ocupa un punto-instante del espacio-tiempo.

En función de las interacciones, de su naturaleza y de su intensidad, será posible, pues, describir la evolución espacio-temporal de cada partícula de la distribución material. Las ecuaciones diferenciales que expresan matemáticamente esta evolución se llaman ecuaciones del movimiento:

$$f_i(x_1, x_2, x_3, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3, \ddot{x}_1, \ddot{x}_2, \ddot{x}_3) = 0$$

$$(i = 1,2,3)$$

la integración de estas ecuaciones es un problema a resolver en cada fenómeno mecánico concreto.

Para establecer la relación entre interacciones y efectos, es decir, entre fuerzas y movimientos, se hace preciso postular, de modo muy general, el comportamiento de una partícula ante la interacción exterior.

Estos postulados, o principios, necesarios para una formulación coherente, han de ser compatibles con las características definidoras de la mecánica. Los principios básicos (o postulados básicos) en la formulación de la Mecánica pueden tener naturaleza vectorial o escalar, lo que permitiría, en cada caso, obtener varias ecuaciones del movimiento, o bien, una sola ecuación.

Si construimos esta mecánica de acuerdo con la idea que prevaleció hasta los primeros años del siglo XX de que la velocidad máxima de propagación de las interacciones es infinita, estamos construyendo la Mecánica Clásica No-Relativista. En cambio, si aceptamos la hipótesis de Einstein de que la velocidad máxima de propagación de las interacciones es finita y única en todos los sistemas de referencia, estamos ya en la llamada Mecánica Clásica Relativista.

1.La Mecánica Clásica No Relativista:

Son dos las características definidoras de la Mecánica Clásica No-Relativista:

1. Carácter infinitesimal de la partícula material mínima. (hipótesis clásica)
2. Velocidad máxima infinita para la propagación de las interacciones. (hipótesis no-relativista)

Históricamente, las formulaciones más conocidas de la Mecánica Clásica No-Relativista son las de Newton, de Lagrange y de Hamilton. Es sencillo comprobar que las tres formulaciones resultan ser equivalentes, esto es, que de cada una de ellas se obtienen los principios que definen las dos restantes.

En todas las formulaciones de la Mecánica Clásica No-Relativista, el espacio y el tiempo, formas de existencia de la materia, tienen un carácter absoluto, continuista y determinista. El espacio-tiempo resulta ser un inmenso escenario que contiene a toda la materia, en el que se desplazan los móviles, se transforman las energías y en donde imperan, de forma absoluta, las leyes invariantes de la Mecánica Clásica. La transformación de coordenadas válida entre sistemas inerciales es la transformación de Galileo.

1.1. Formulación newtoniana de la Mecánica:

Históricamente, la formulación de Newton fue el primer esquema matemático de la formulación de la mecánica. Los principios o postulados, llamados *leyes de Newton* son los tres siguientes:

1. Ley de la Inercia:

$$\vec{f} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v} = \vec{0}$$

2. Ley de definición de la masa:

$$\vec{f}(t) = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

3. Ley de acción y reacción:

$$\vec{f}_{ij} = -\vec{f}_{ji}$$

De los tres principios newtonianos se obtienen las ecuaciones de movimiento de forma extraordinariamente sencilla:

$$x_i = \frac{1}{m}\iint f_i dt^2$$

$$(i = 1,2,3)$$

Siendo las f_i las componentes de la fuerza actuante sobre la partícula material.:

$$\vec{f} = (f_1, f_2, f_3)$$

La fuerza, $\vec{f}$, es la función fundamental en la formulación newtoniana de la Mecánica.

1.2. Formulación Lagrangiana de la Mecánica:

La siguiente formulación de la mecánica clásica no relativista, en el orden histórico, es la formulación Lagrangiana. La formulación de Lagrange parte de dos principìos, el primero de ellos coincide con el primero de la formulación newtoniana. Las *leyes de Lagrange* son las dos siguientes:

1. Ley de definición de la masa:

$$\vec{f}(t) = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

2. Ley de los trabajos virtuales:

$$\sum_{k=1}^{N} \vec{f}_k^l \cdot \delta\vec{r}_k = 0$$

donde son las $\vec{f}_k^l$ fuerzas de ligadura actuantes sobre la k-esima partícula de un sistema cuyo número total es N. Con el símbolo $\delta\vec{r}_k$ se indica un desplazamiento virtual de la partícula k-esima.

Mediante la introducción de la función auxiliar L, llamada lagrangiana del sistema de partículas, y que resulta ser la función fundamental de esta formulación, se obtienen las relaciones:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q'_j \qquad (j = 1,2,\ldots,n)$$

llamadas *ecuaciones de Lagrange*. Estas ecuaciones son las ecuaciones del movimiento del sistema de partículas obtenidas mediante la formulación lagrangiana, y hay tantas como grados de libertad.

Las q_j son las coordenadas generalizadas, y las $\dot{Q}_j$ representan el trabajo debido a la eventual existencia de fuerzas disipativas.

1.3. Formulación Hamiltoniana de la Mecánica:

La tercera de las formulaciones de la Mecánica Clásica No-Relativista es la formulación de Hamilton. Se basa en un único principio, llamado *principio de Hamilton,* o bien, *principio de mínima acción*. Es el siguiente:

$$\delta S = \delta\int_{t_1}^{t_2} (\Im + \sum \vec{f}_k^a.\vec{r}_k).dt = 0$$

donde la función de acción, *S,* es una función auxiliar fundamental de esta formulación,

y las $\vec{f}_k^a$ son las fuerzas actuantes sobre el sistema de las N partículas; $\Im = \frac{1}{2} m.v^2$ se llama *energía cinética total*. Del Principio de Hamilton se obtiene una sola ecuación de movimiento, llamada Ecuación de Hamilton-Jacobi:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + H = 0$$

donde es H la segunda función fundamental de esta formulación, llamada función hamiltoniana del sistema.

<u>2.La Mecánica Clásica Relativista</u>:

Son dos las características definidoras de la Mecánica Clásica Relativista:

1. Carácter infinitesimal de la partícula material mínima.(hipótesis clásica)
2. Velocidad máxima finita y única para la propagación de las interacciones.(hipótesis relativista)

La Mecánica Clásica formulada por Newton, Lagrange y Hamilton admitía como hipótesis definidora de su carácter absoluto, no-relativista, la infinitud para la velocidad máxima de propagación de las interacciones. Esta Hipótesis fue modificada por Alberto Einstein a principios del presente siglo introduciendo el relativismo en la teoría de la Mecánica Clásica.

La nueva hipótesis es que la velocidad máxima a la que puede propagarse una interacción tiene un valor finito y único: c. En función de este valor máximo, c, la transformación de coordenadas válida entre sistemas inerciales no es ya la de Galileo, sino la de Lorentz.

La transformación de Lorentz, que sustituye a la transformación de Galileo en la nueva mecánica, elimina el carácter absoluto del espacio y del tiempo: las dimensiones espaciales y temporales varían ahora con la velocidad del sistema en el cual se realizan estas medidas. Las dimensiones espacio-temporales son relativas, relativas a la velocidad del sistema referencial con respecto al cual se miden.

La tarea principal en la construcción de una formulación para esta mecánica consistiría, según esto, en superar la dificultad gnoseológica de este relativismo: habría de encontrarse alguna magnitud teórica que fuera invariante en todos los sistemas de referencia inerciales, y que pudiera desempeñar el papel que en la antigua mecánica desempeñaba el espacio-tiempo.

Tal magnitud teórica, invariante en todos los sistemas de referencia entre sí inerciales, resultó ser *el intervalo entre sucesos*. Es decir, el intervalo entre dos punto-instantes del espacio-tiempo.

Sean dos sucesos, $A_1(x_1, y_1, z_1, t_1)$ y $A_2(x_2, y_2, z_2, t_2)$. Se define el intervalo s_{12} entre ambos por la expresión:

$$s_{12} = \left[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 - c^2 (t_1 - t_2)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

o bien, en forma diferencial:

$$ds^2 = dx^2 + dy + dz - c^2.dt^2$$

Formulación einsteniana:

Se basa en un único principio, de Mínima Acción, al igual que ocurría en la formulación de Hamilton para la Mecánica Clásica No-Relativista:

$$\delta S = \delta \int \phi\, ds = 0$$

S es la función fundamental de la construcción, la acción einsteniana.. Con el símbolo *ds* se representa al intervalo infinitesimal genérico.

En forma análoga a cómo en la formulación de Hamilton se construye la ecuación de Hamilton-Jacobi, en la formulación de Einstein se construye la ecuación de Hamilton-Jacobi relativista, o ecuación de Einstein-Jacobi:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial z}\right)^2 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)^2 + m^2.c^2 = 0$$

En definitiva, la Mecánica Clásica Relativista conserva el carácter determinista y continuista de las primitivas formulaciones. Sólo el carácter absoluto, invariante, del espacio y del tiempo, se pierde en la nueva concepción. La Mecánica Clásica Relativista es continuista, determinista y relativista.