

VARIABLES EN M13

ESTUDIO DE V2

Francisco A. Violat Bordonau
Toni Bennasar Andreu

fviolat@yahoo.es

Presentamos los resultados obtenidos en el estudio de la estrella cefeida V2, de M13, por medio de mediciones fotométricas obtenidas entre los años 2001 y 2003 comparándolos con los profesionales: encontramos que el valor actual de su período es igual a 5.11086 ± 0.00002 días.

V2 es una estrella variable cefeida de Población II (tipo W Vir), situada en el cúmulo globular M13 y que pertenece al mismo (Cudworth y Monet, 1979): es del subtipo BL Her por tener un período inferior a 8 días.

Hemos estudiado el cúmulo durante tres campañas fotométricas entre mayo de 2001 y noviembre de 2003, empleando telescopios catadióptricos de 305 y 203 mm de apertura instalados en Palma de Mallorca (Islas Baleares) y Cáceres (España), respectivamente: las mediciones de los años 2002 y 2003 han sido realizadas con filtros fotométricos V Johnson y cámaras CCD con electrónica de 16 bits de la marca *Starlight Xpress* modelos MH916 (Mallorca) y MH516 (Cáceres); hemos comprobado que nuestras magnitudes instrumentales son muy próximas a las estándar.

Con nuestro trabajo nos propusimos dos metas:

- obtener una completa la curva de luz, y
- determinar el período actual.

La bibliografía ofrece distintos valores de su período según la época del trabajo: así encontramos un valor de **5.110939 días** (Osborn, 1969) y otro más reciente de **5.110818 días** en el *Catálogo de Estrellas Variables en Cúmulos Globulares* (CVSGC, 2001) determinado por Russev y Russeva (1983); habiendo transcurrido ya 20 años, y sabiendo que esta estrella alarga su período cerca de **20 días** (Osborn, 1969) y **18 ± 2 días** (Wehlau y

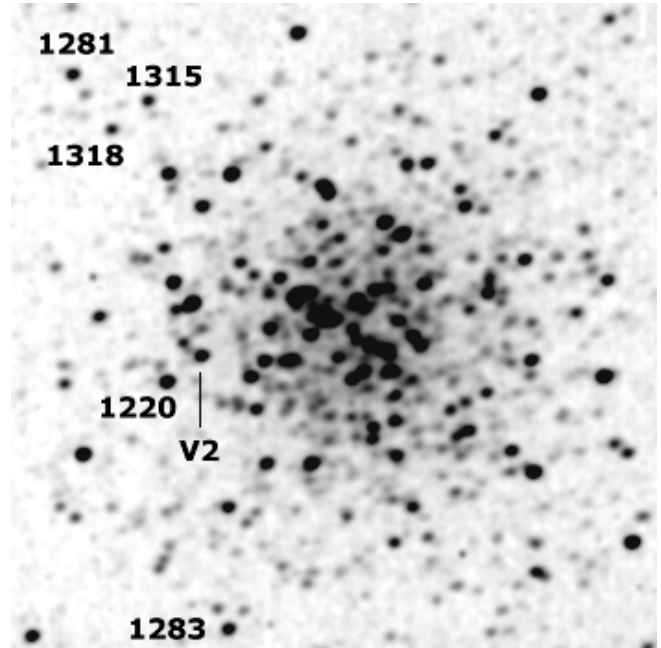


Figura 1. Fotografía CCD en banda V de M13: muestra la posición de la variable V2 y cinco astros de comparación fotométrica (Toni Bennasar Andreu, 2003).

Bohlender, 1982) por millón de años, pensamos que el período actual debía ser levemente distinto y que podíamos detectar este mínimo cambio con nuestras mediciones fotométricas. Los resultados de estos últimos investigadores los mostramos en la figura 2: el ajuste a los valores O-C muestra un brusco cambio en su período de pulsación en el tramo 1900-1941 si se compara con los valores del tramo 1942-1978.

En nuestro reciente trabajo "*Photometric Study of the V2 Cepheid in M13*", remitido al '*1st Virtual Meeting on Amateur Astronomy*' (Italia, marzo de 2004), presentamos los resultados obtenidos analizando 211 mediciones fotométricas propias: de este modo el período encontrado es de **5.11168 ± 0.00021 días**, la magnitud V media igual a **13.089 ± 0.005** y el rango instrumental medido **12.683-13.545** (figura 5) con una amplitud de **0.862 magnitudes**; dichos resultados son similares a los de Kopacki *et al.* (2003).

En dicho estudio (Violat *et al.*, 2004) hacemos referencia a los trabajos ya clásicos de Barnard, Sawyer Hogg, Osborn, Demers y otros refiriéndonos a los resultados obtenidos por estos investiga-

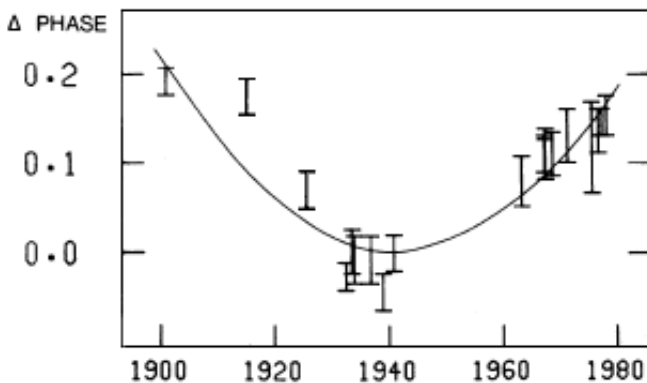


Figura 2. Cambios en el período de la variable V2 en base a la curva O-C: podemos ver un decrecimiento constante desde 1900 hasta principio de los años 40, época en la que se invierte el proceso y se inicia un crecimiento progresivo hasta las últimas mediciones del año 1978 (tomada del trabajo de Wehlau y Bohlender, 1982).

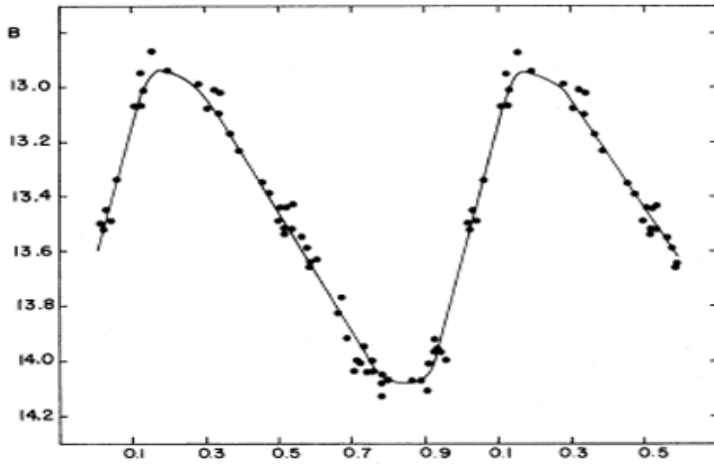


Figura 3. Curva de luz obtenida por Osborn (1977) en banda B: podemos apreciar perfectamente la forma típica de una variable de tipo cefeida, con ascenso más rápido que el descenso; la dispersión de las mediciones (en torno a 0.1 magnitudes) es levemente mayor en el máximo que en el mínimo, pero el conjunto es bueno y la cobertura bastante completa salvo en el tramo de subida de brillo (fase 0.92 a 0.1).

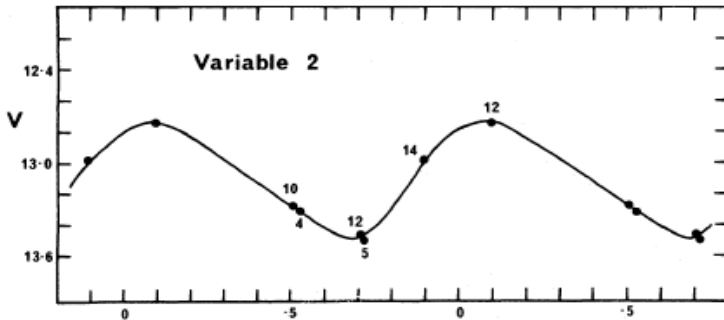


Figura 4. Curva de luz de obtenida por Pike y Meston (1977) en banda V: estos investigadores han obtenido distintas mediciones (indicadas con los números) y han ajustado matemáticamente una curva a las mismas obteniendo el resultado que vemos; la cobertura de la curva es muy pobre entre la fase 0.1 y 0.5.

dores pero no mostrábamos la parte siempre más "visual": sus curvas de luz; en las figuras 3 y 4 hemos representado los resultados obtenidos por Osborn (fig. 3) y Pike y Meston (fig. 4): aunque a simple vista parecen iguales el lector puede comprobar que la de Pike y Meston tiene (al menos para nosotros) un valor menor ya que no es una curva de "dispersión de puntos" (esto es: mediciones o *puntos* que dibujan por sí mismos la curva de luz) sino un ajuste matemático que traza una *curva ajustada* a las medidas realizadas... el trabajo de Osborn cubre bastante bien todo el ciclo de pulsación (excepto la recuperación de brillo, que es muy rápida y costosa de cubrir salvo si se dispone de mediciones muy abundantes) mientras que la curva de luz de aquéllos es incompleta en casi todo su ciclo de pulsación.

El trabajo fotométrico más reciente es el publicado por Kopacki *et al.* (2003) que presenta no sólo curvas de luz de nuevas variables gigantes rojas, SX Phe y RR Lyr, sino también de las cefeidas y RR Lyrae bien conocidas; sin embargo no aporta novedad alguna en cuanto al período actual de la estrella que nos interesa.

Leyendo en profundidad el estudio -que fue elaborado a lo largo de 23 noches distintas, entre febrero y agosto de 2001 con un reflector de 60 cm de abertura, y filtros V e I- comprobamos que, pese a presentar una curva de luz bastante completa y detallada, este equipo se ha limitado a representarla utilizando el período citado en la última actualización del CVSGC que es igual a **5.110818 días** y fue obtenido, como ya hemos comentado, en 1983. Dado que la curva de luz de V2 ha sido elaborada con el período oficial hemos de suponer que el valor determinado por este

equipo es similar o idéntico a dicho valor.

Para determinar cuál es el comportamiento de la variable a lo largo del tiempo (si su período se alarga conforme a los cálculos o se mantiene), determinar su período actual y calcular la cuantía del cambio del mismo nos interesaba conocer el valor del período obtenido por los astrónomos polacos: para ello necesitábamos analizar sus mediciones originales y obtener de ellas la curva de luz; por desgracia en el CDS* (*Centre de Données astronomiques de Strasbourg*) están disponibles sus medidas de gigantes rojas -fichero *VI light-curves of the variable stars in M13 (Kopacki+)*, 2003-^{**} pero no las de las estrellas variables BL Her y RR Lyr, precisamente las que necesitábamos analizar.

Durante el mes de febrero uno de los autores de nuestro trabajo fotométrico se dirigió por correo electrónico al Dr. Kopacki solicitándole estas mediciones: hasta la fecha no hemos obtenido ninguna respuesta a nuestra petición.

Navegando por Internet, en concreto por el servicio informático de **VizieR**^{***}, localizamos a finales del mes de febrero las mediciones originales de todas las variables rápidas (SX Phe, BL Her y RR Lyr) que tanto tiempo habíamos estado buscando sin encontrarlas (fichero bautizado con el código *J/A+A/398/541/daovper*).

Analizando despacio el manejo de VizieR y sus trucos de programación no tardamos en descubrir un modo más fácil y sencillo para descargar

*<http://cdsweb.u-strasbg.fr/>

**<http://cdsweb.u-strasbg.fr/cgi-bin/qcat?J/A%2BA/398/541>

***<http://vizier.u-strasbg.fr/viz-bin/VizieR>

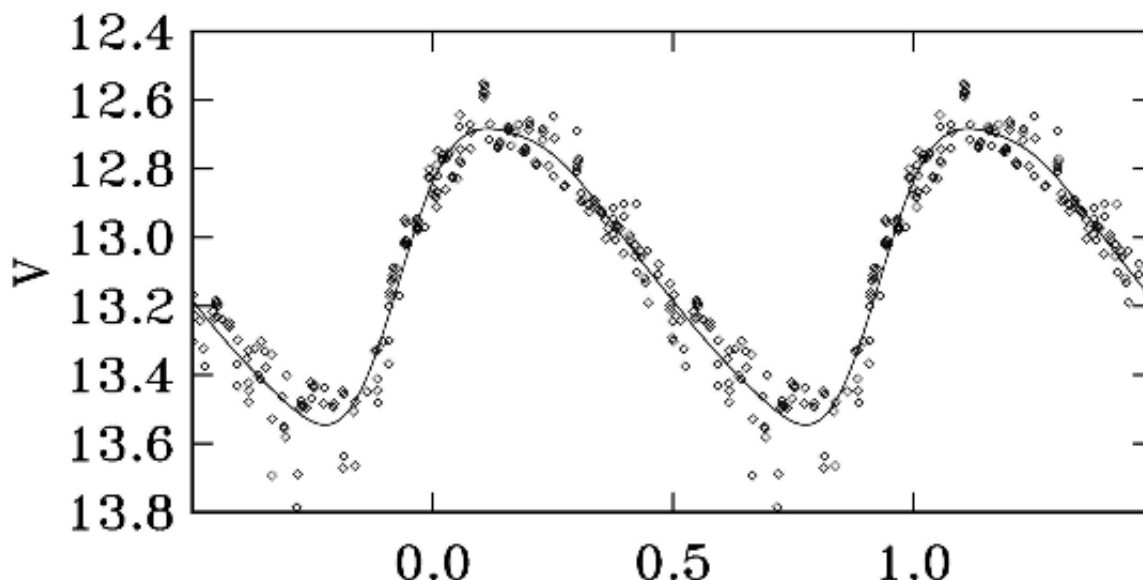


Figura 5. Curva de luz basada en nuestras observaciones empleando un período de 5.11168 días: podemos apreciar que la cobertura es muy completa incluso en la rama ascendente, la dispersión de las mediciones es reducida (excepto en el mínimo, debido a la debilidad de la estrella con filtro V) y los puntos dibujan muy bien su forma real (de Violat *et al.*, 2004).

este mismo material pero en formato comprimido*, mediciones que han sido las utilizadas para determinar independiente su período actual.

El archivo, una parte del cual puede verse en la Tabla 1, contiene los siguientes datos:

1. Nombre de la variable.
2. Fecha (DJ y fracción de día).
3. Medición del brillo en banda V.
4. Error de cada medición, en magnitudes.
5. La masa de aire.

Estas mediciones las hemos transformado en documento de texto para que fuesen legibles por el programa *A.V.E.* (Análisis de Variabilidad Estelar), del G.E.A., buscando su período con distintos algoritmos matemáticos: en todos los casos el encontrado es distinto al oficial y la curva de luz representada con éste ha sido siempre de peor calidad que si empleamos el período oficial; no estamos muy seguros del origen de este error.

¿Cuál es la cuantía del alargamiento del período de V2?: si tomamos por bueno el dato de Osborn (20 días por millón de años) es fácil comprobar que este alargamiento debe ser igual a:

$$20 \text{ d} \times 86.400 \text{ s/d} = 1.728.000 \text{ s}$$

$$1.728.000 \text{ s} : 1.000.000 \text{ años} = \mathbf{1.7280 \text{ s/año}}$$

teniendo en cuenta que han pasado 20 años desde 1983 el incremento debe ser igual a:

v02	2451968.54361	12.7000	0.0094	1.4014
v02	2451968.54994	12.6927	0.0090	1.3686
v02	2451968.55626	12.6932	0.0084	1.3381
v02	2451968.56261	12.6882	0.0091	1.3095
v02	2451968.56895	12.6877	0.0086	1.2830
v02	2451968.58202	12.6761	0.0082	1.2340

Tabla 1. Las primeras 6 líneas de datos contenidas en el fichero *daovper.dat* de Kopacki (tomado de VizieR).

$$1.7280 \text{ s/año} \times 20 \text{ /años} = \mathbf{34.56 \text{ s}}$$

si convertimos estos poco más de 34 segundos en días determinamos la cuantía total:

$$34.56 \text{ s} : 86.400 \text{ /d} = \mathbf{0.0004 \text{ d}}$$

nuestro período, según el análisis realizado con el programa *ISDA*, tiene un error de ± 0.00021 días (18.14 s) que es inferior a este incremento. Calculamos cuál debe ser este valor en el año 2003 para poder compararlo con el que hemos obtenido:

$$5.110818 \text{ d} + 0.0004 \text{ d} = \mathbf{5.111218 \text{ d}}$$

la diferencia entre nuestro período y el resultado recién obtenido es igual a:

$$5.11168 \text{ d} - 5.111218 \text{ d} = \mathbf{0.000462 \text{ d}}$$

que equivalen a **39.92 s** con un error de ± 18.14 s: el resultado es bastante bueno teniendo en cuenta el tamaño de los equipos empleados.

Kopacki *et al.* tomaron 342 mediciones en banda V (figura 6) que son las que hemos manejado; al analizar este conjunto de datos con el programa *A.V.E.* encontramos que las medidas están en el rango V 12.639-13.512 presentando una amplitud de 0.873 magnitudes: nuestros propios re-

*<http://vizier.u-strasbg.fr/viz-bin/VizieR?-source=J/A+A/398/541>

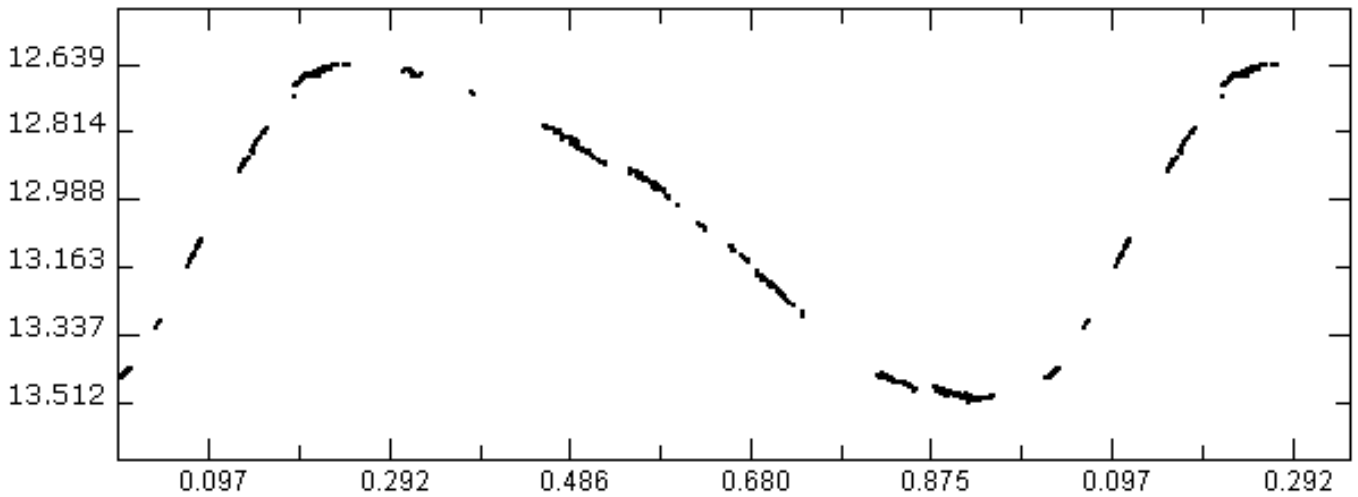


Figura 6. Curva de luz elaborada con *A.V.E.* usando los datos de Kopacki y el período oficial de 5.110818 días: la cobertura no es completa del todo, pero sí muestra bastante bien la forma de la misma a la vez que la dispersión es muy reducida.

sultados son muy similares a los de Kopacki.

Hemos buscado el período utilizando dos algoritmos distintos con el siguiente resultado:

5.11780 a 5.11783 días (Bloomfield)
5.11484 a 5.11488 días (Scargle)

como podemos apreciar en ninguno de los dos casos el período se aproxima al oficial, siendo la diferencia de:

$$5.11780 \text{ d} - 5.110818 \text{ d} = 0.006982 \text{ d}$$

$$5.11484 \text{ d} - 5.110818 \text{ d} = 0.004002 \text{ d}$$

en el primer caso este valor sube a **603.24 s** mientras que en el segundo se reduce a **347.50 s**, comparemos nuestro período con el oficial para determinar cuál es la diferencia:

$$5.11168 \text{ d} - 5.110818 \text{ d} = 0.000862 \text{ d}$$

equivalentes a **74.48 segundos**. Si comparamos los períodos obtenidos de los datos de Kopacki con el que debería tener en el del año 2001 (5.111178 días: 3.456 segundos más corto que el del año 2003) las diferencias son ahora de:

$$5.11780 \text{ d} - 5.111178 \text{ d} = 0.006622 \text{ d}$$

$$5.11484 \text{ d} - 5.111178 \text{ d} = 0.003662 \text{ d}$$

equivalentes a **572.14 s** y **316.40 s** respectivamente: la diferencia es notable y puede compararse con los **41.65 s \pm 18.14 s** obtenido por nosotros. Es evidente que los resultados obtenidos con *A.V.E.* deben ser erróneos por lo que los descartamos sin más: es preciso utilizar otros programas y comparar de nuevo los resultados.

Trabajando con el programa *ISDA* y empleando 4 armónicos en el cálculo hallamos un período igual a **5.11056 \pm 0.00034 d**; utilizando el progra-

ma *PerSea* y empleando 4 armónicos determinamos un valor igual a **5.110728 \pm 0.001548 d** que es muy parecido al anterior: ambos son próximos al oficial aunque levemente menores dentro del margen de error.

Comparemos todos los resultados:

5.110818 días	(oficial, 1983)
5.11168 \pm 0.00021 días	(nosotros)
5.11056 \pm 0.00034 días	(Kopacki, <i>ISDA</i>)
5.110728 \pm 0.001548 días	(Kopacki, <i>PerSea</i>)
5.111218 días	(calculado)

las mediciones de Kopacki, de las que se puede

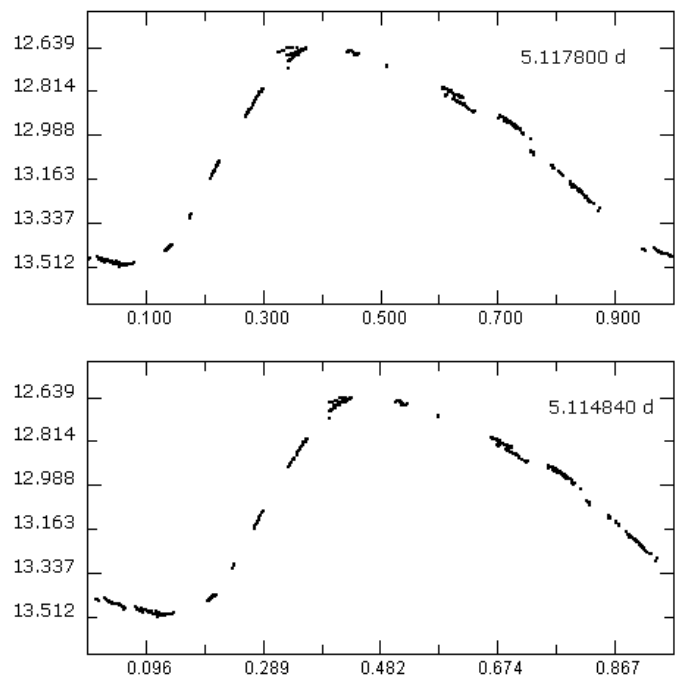


Figura 7. Curvas de luz de V2 usando las mediciones de Kopacki y los períodos obtenidos con AVE: 5.11780 d (arriba) y 5.114840 d (abajo); en ambos casos aparecen inconsistencia en los máximos y en las bajadas de brillo.

deducir un leve acortamiento del período, dibujan una correcta curva de luz cuando se utiliza el valor oficial; nuestras mediciones, por el contrario, se aproximan más al período actual calculado (actual *teórico*) y parecen mostrar que el alargamiento del período es coherente con los valores de Osborn y Wehlau-Bohlender.

Presentemos todos los períodos determinados a lo largo del tiempo y examinemos el resultado:

5.10	1900	Barnard
5.11003	1942	Sawyer Hogg
5.11128	1950	Arp
5.110939	1969	Osborn
5.110818	1983	Russev
5.11056	2001	Kopacki (<i>ISDA</i>)
5.110728	2001	Kopacki (<i>PerSea</i>)
5.11168	2003	nosotros

Podemos ver que desde el año 1950 se ha producido un *aparente* decremento del período, del que Wehlau y Bohlender dedujeron un cambio desde los años 40. Nosotros creemos que es muy posible que los datos anteriores a 1950 sean **menos exactos**: si los omitimos todas las mediciones, excepto la nuestra, parecen ser consistentes con un leve decremento del período; para comprobarlo hemos analizado los datos originales de Sawyer Hogg (1942) y encontramos que el período determinado con *A.V.E.* es muy similar a los 5.11003 días que indica en su estudio, aunque las mediciones (con una precisión de décimas de magnitud) presentan una dispersión excesiva y las observaciones aparecen con una precisión temporal de sólo tres decimales (diez de ellas incluso con dos decimales).

Al representar los valores posteriores a 1942 en una gráfica (figura 8), incluyendo los obtenidos de las mediciones de Kopacki, vemos que éstos muestran el aparente decremento: el único punto discrepante es el período teórico que hemos calculado para el año 2003.

La figura 9 representa los valores del período desde 1942 incluyendo el calculado para 2003, los valores deducidos de las mediciones de Kopacki y nuestro propio período; pese al ajuste los dos únicos valores discrepantes son el calculado para el año 2003 y el obtenido de nuestras mediciones.

Dada la precisión de los datos de Kopacki frente a los nuestros deducimos que el período de V2 **no se ha alargado** dentro de la cuantía esperada, sino que parece mantenerse similar o muy levemente superior al determinado en 1983.

Podemos emplear los máximos de luz localizado en la bibliografía a los que podemos unir cuatro determinados por nosotros (pese a que hemos trabajado en Día Juliano Geocéntrico y no Helio-céntrico); dichos valores los mostramos en la Tabla 2 (el máximo citado por Sawyer se midió en el año 1933, el de Osborn en 1967):

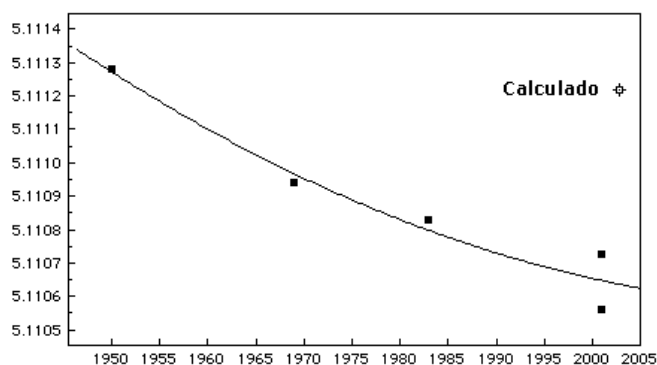


Figura 8. Valores del período ajustados polinómicamente: el único dato que es inconsistente con los demás corresponde al calculado para el año 1983 usando las cifras de Osborn y Wehlau-Bohlender (el obtenido de nuestras observaciones queda fuera de la gráfica, en la parte superior).

Figura 9. Valores del período desde el año 1940: como puede notarse tanto el calculado para 1983 como el obtenido por nosotros son inconsistentes con el resto de las mediciones, incluyendo los dos valores deducidos de los datos originales de Kopacki.

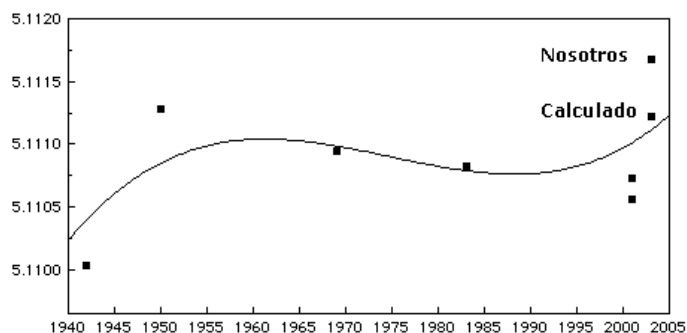


Tabla 2. Máximos de luz.

27308.868	Sawyer (1942)
39672.177	Osborn (1969)
51999.600	Kopacki (2001)
52132.506	nosotros (2001)
52168.2917	nosotros (2001)
52827.6257	nosotros (2003)
52868.5097	nosotros (2003)

Tomando uno de estos máximos como origen podemos determinar cuál es el período de la estrella en cada época: primero calculamos el número de días transcurridos entre ambos máximos restando el posterior del anterior, a continuación determinamos el número de ciclos **E** que ha completado la estrella dividiendo el número de días transcurridos entre el valor 5.1108 que es el período de la estrella (nos da lo mismo emplear el valor 5.1109, la diferencia es imperceptible) y finalmente lo obtenemos dividiendo el número de días entre el valor absoluto de **E**.

Al tomar como origen el máximo citado por Sawyer (DJH 27308.868) obtenemos los siguientes valores:

Máximo	Días	E	Período
39672.177	12363.3090	2419	5.11091732
51999.600	24690.7320	4831	5.11089463
52132.506	24823.6380	4857	5.11089932
52168.2917	24859.4237	4864	5.11090125
52827.6257	25518.7577	4993	5.11090680
52868.5097	25559.6417	5001	5.11090615

el período de la estrella oscila entre un valor máximo de 5.110917 días (comparado con el máximo de Osborn) y 5.110894 días (con el máximo de Kopacki); los valores determinados de nuestros máximos son levemente mayores que los de Kopacki pero inferiores a los de Osborn: en la Figura 10 (arriba) vemos una representación gráfica de los resultados notando que el único valor discrepante es el de Osborn.

Al utilizar el máximo citado por Osborn (DJH 39672.177) los nuevos valores son:

Máximo	Días	E	Período
27308.868	12363.3090	2419	5.11091732
51999.600	12327.4230	2412	5.11087189
52132.506	12460.3290	2438	5.11088146
52168.2917	12496.1147	2445	5.11088535
52827.6257	13155.4487	2574	5.11089693
52868.5097	13196.3327	2582	5.11089570

en este caso el período de la estrella oscila entre un valor máximo de 5.110917 días (comparado con el máximo de Sawyer) y 5.110871 días (máximo de Kopacki); los valores determinados de nuestros máximos son, de nuevo, mayores que los de Kopacki pero inferiores a los de Sawyer: en la Figura 10 (centro) vemos una representación gráfica de los resultados notando que el único valor discrepante es el de Sawyer; ya hemos comentado que sus mediciones originales presentan una dispersión excesiva, un período demasiado corto y una precisión menor.

Si utilizamos los valores obtenidos con el máximo de Osborn y añadimos el período oficial de 1983 podemos ver que realmente se ha producido **un leve incremento** del mismo (figura 10, abajo): el único dato inconsistente es el período obtenido del máximo de Sawyer; tanto el período del máximo de Kopacki como los determinados de nuestros máximos son consistentes con un leve incremento, aunque **nunca** igual al valor esperado (18-20 días por millón de año). Los valores numéricos calculados de los máximos indican que desde 1983 este incremento ha sido muy reducido.

Vamos a determinar los máximos de luz y calculos los valores O-C (los máximos observados menos los calculados): para ello hemos tomado los máximos de la literatura profesional (Sawyer, Osborn y Kopacki) a los que hemos unido cuatro observados por nosotros entre los años 2001 y 2003; pese a que nuestros datos están expresados en Día Juliano Geocéntrico y no Heliocéntrico, como los profesionales, la diferencia entre dichos valores es muy reducida.

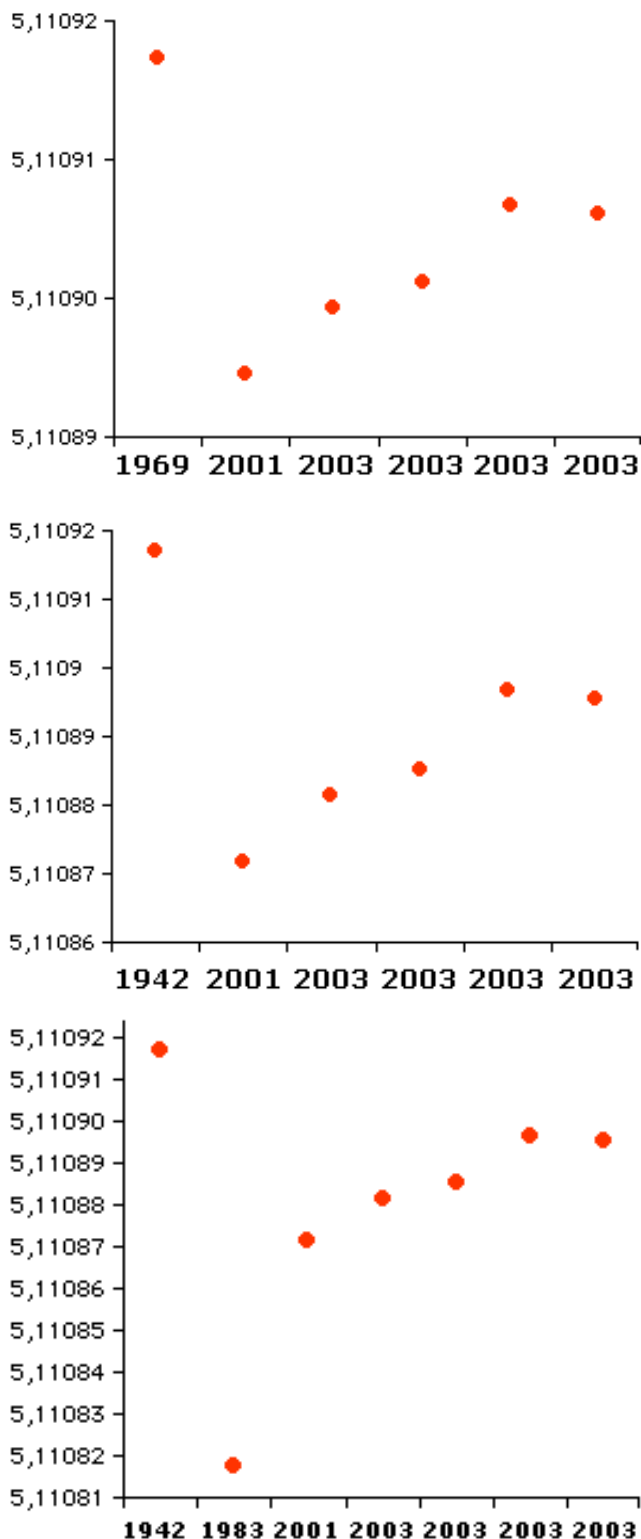


Figura 10. Gráficas que comparan los períodos obtenidos con distintos máximos: tomando el valor de Sawyer (arriba), el de Osborn (centro) y el de Osborn incluyendo el período oficial de 1983 (abajo).

Tomando como origen para nuestros cálculos los máximos de los años **1933** (DJH 27308.868) y **1967** (DJH 39672.177), y empleando un valor constante de **5.11086 días**, hemos determinado los distintos valores reflejados en las Tabla 3 los cuales son respectivamente: fecha del máximo observado (columna 1), número de días existentes entre los distintos máximos (columna 2), número de ciclos cubiertos por la estrella (columna 3), fe-

D.J.	Días	E	Calculado	O-C
39672.177	12363.309	2419	39672.03834	0.13866
51999.600	24690.732	4831	51999.43266	0.16734
52132.506	24823.638	4857	52132.31502	0.19098
52168.2917	24859.4237	4864	52168.09104	0.20066
52827.6257	25518.7577	4993	52827.39198	0.23372
52868.5097	25559.6417	5001	52868.27886	0.23084

D.J.	Días	E	Calculado	O-C
27308.868	12363.309	2419	39672.03834	0.13866
51999.600	12327.423	2412	51999.57132	0.02868
52132.506	12460.329	2438	52132.45368	0.05232
52168.2917	12496.1147	2445	52168.22970	0.06200
52827.6257	13155.4487	2574	52827.53064	0.09505
52868.5097	13196.3327	2582	52868.41752	0.09218

Tabla 3. Máximos observados, días transcurridos entre ellos, número de ciclos cubiertos por la variable y determinación de los máximos (O-C). En la tabla superior los valores se han calculado con respecto al máximo de Sawyer, en la tabla inferior con relación al de Osborn: en ambos casos se ha empleado un período constante igual a 5.11086 días.

chas del máximo calculado (columna 4) y diferencias entre los valores observados y calculados (columna 5) expresados en días.

Podemos apreciar que los valores O-C van incrementándose -de modo consistente y coherente- desde el máximo de Osborn al último nuestro: esto corrobora de nuevo un leve incremento del período. La figura 11 muestra esto mismo de modo gráfico: las mediciones se ajustan perfectamente a un período de 5.11086 ± 0.00002 días y muestran con claridad un alargamiento del período inferior al esperado; recordemos que el valor del período para el año 2001 obtenido de las mediciones de Kopacki con el programa ISDA es igual a $5.11056 \text{ d} \pm 0.00034 \text{ d}$: dicho valor es idéntico al anterior dentro del margen de error de los cálculos y mediciones.

Todas las pruebas analizadas y resultados obtenidos apuntan en la misma dirección: el período actual de V2 es próximo a 5.11086 ± 0.00002 días resultando muy levemente superior al oficial (1983) pero en todo caso inferior al esperado según los trabajos de Osborn, primero, y Wehlau y Bohlender después: se necesitan mediciones actuales, abundantes y precisas para corroborar este resultado o determinar el período actual.

Observatorio Astronómico de Cáceres, 24 de marzo de 2004.

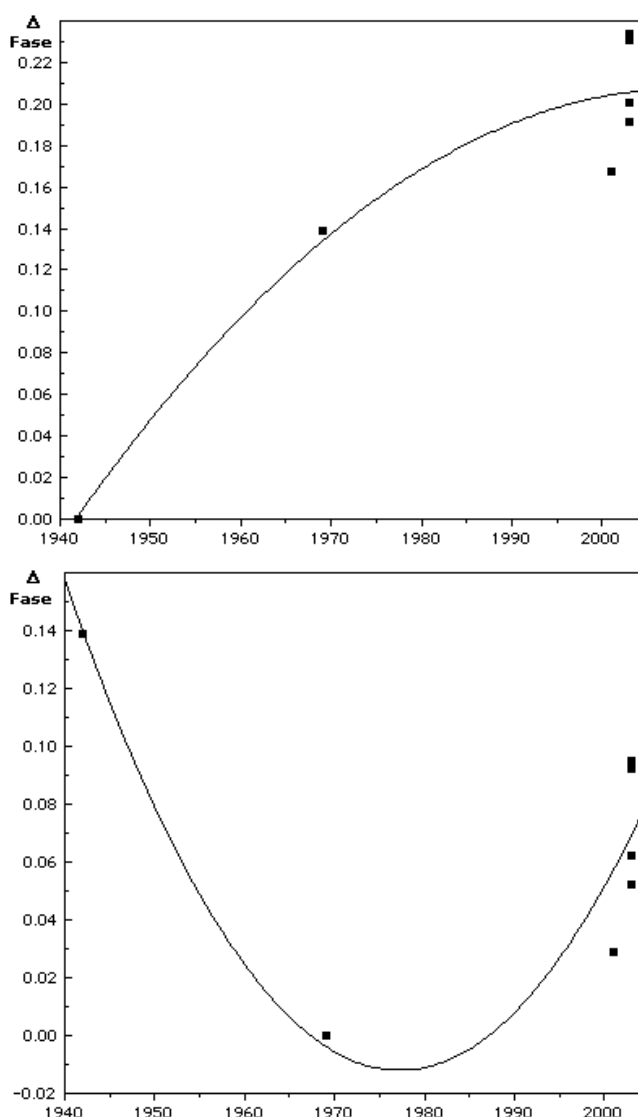


Figura 11. Gráficos que reflejan los valores O-C usando los máximos de Sawyer (arriba) y Osborn (abajo): ambos reflejan un nítido aunque leve alargamiento del período.

REFERENCIAS

- Arp, H. C.: 1955, AJ 60[1], 1.
- Barnard, E. E.: 1900, ApJ 12, 182.
- Cudworth, K. M. y Monet, D. G.: 1979, AJ 84, 774.
- Demers, S.: 1971, AJ 76[5], 445.
- Kopacki, G., Kolaczowski, Z. y Pigulski, A.: 2003, A&A 398, 541.
- Osborn, W.: 1969, AJ 74[1], 108.
- Osborn, W.: 1977, AJ 82, 395.
- Pike, C. D. y Meston, C. J.: 1977, MNRAS 180, 613.
- Russeva, T. y Russev, R.: 1983, Peremennye Zvezdy 22[1], 49.
- Sawyer, H. B.: 1942, Publ. David Dunlap Obs. 1[11], 231.
- Violat Bordonau, F. A., Sánchez Bajo, F. y Bennasar Andreu, T.: 2004, 1st Virtual Meeting on Amateur Astronomy.
- Wehlau, A. y Bohlender, D.: 1982, AJ 87[5], 780.